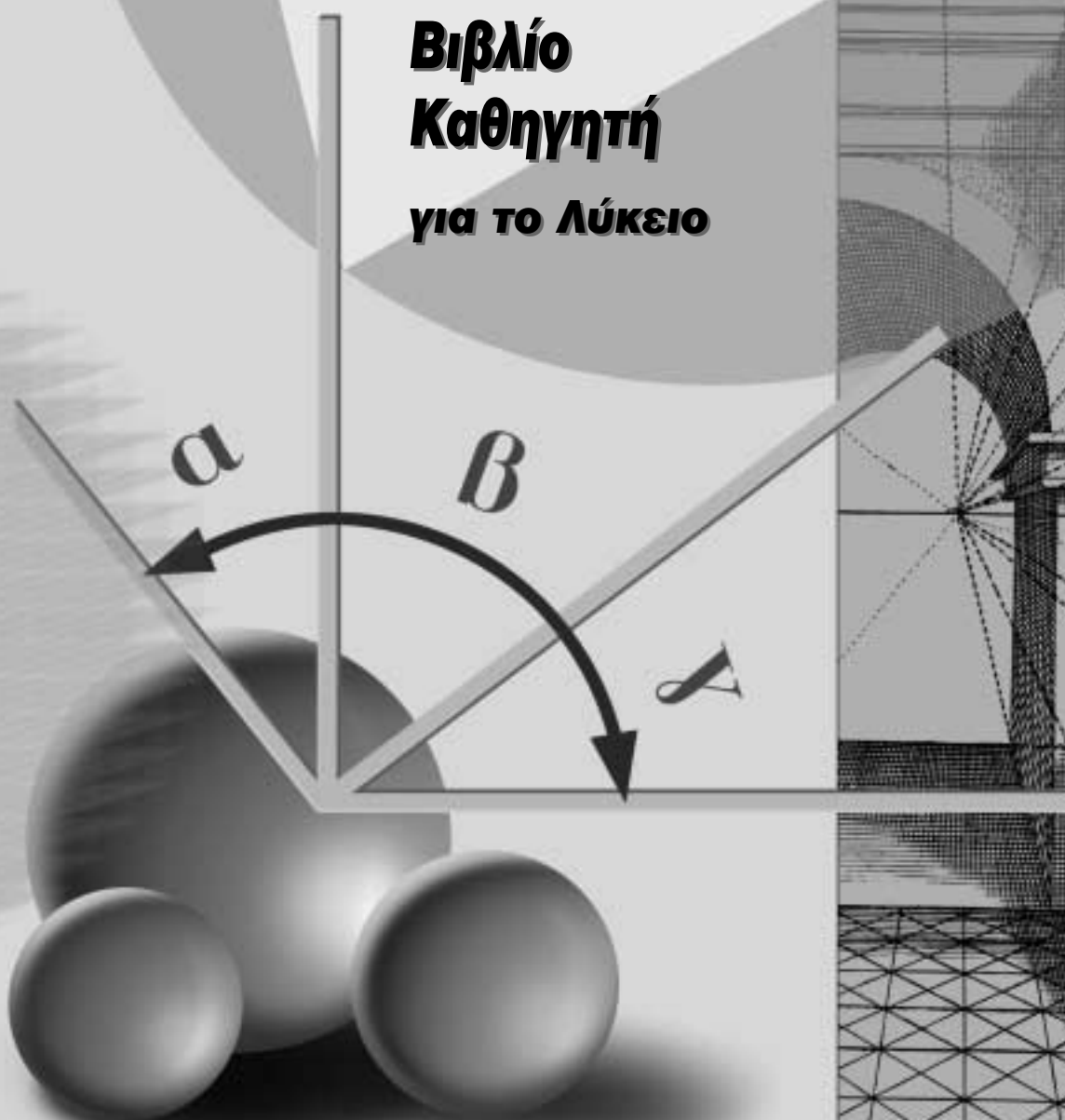




# *Cabri - geometry II*

**Βιβλίο  
Καθηγητή  
για το Λύκειο**



Ινστιτούτο  
Τεχνολογίας  
Υπολογιστών



ΕΚΔΟΣΕΙΣ  
ΚΑΣΤΑΝΙΩΤΗ  
*inter@ctive*









## **ΒΙΒΛΙΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ**

**ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΛΥΚΕΙΟ**

CABRI – GEOMETRY II: ΒΙΒΛΙΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Συγγραφέας:** Μαρία Κορδάκη

Το λογισμικό **Cabri – geometry II** είναι προϊόν του IMAG (Ινστιτούτο για την Πληροφορική και τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά) του Πανεπιστημίου Joseph Fourier της Γκρενόμπλ, και του CNRS (Εθνικό Κέντρο Επιστημονικής Έρευνας της Γαλλίας).

Το λογισμικό αυτό είναι αποτέλεσμα της εργασίας μιας επιστημονικής ομάδας αποτελούμενης από μαθηματικούς, καθηγητές και επιστήμονες της πληροφορικής, στα πλαίσια του παραπάνω εργαστηρίου.

Η συνολική προσπάθεια υποστηρίχθηκε από το Γραφείο Νέων Τεχνολογιών για την Εκπαίδευση του υπουργείου Παιδείας της Γαλλίας, στο Παρίσι.

Στη Γαλλία η έκδοση που υποστηρίζεται από τα Windows διανεμήθηκε σύμφωνα με την άδεια χρήσης λογισμικού «Licence Mixte» από το γαλλικό υπουργείο Παιδείας (1997).

Το λογισμικό **Cabri – geometry II** εξελληνίστηκε και διατίθεται αρχικά για χρήση στα Γυμνάσια, Λύκεια και ΤΕΕ που συμμετέχουν στην **Οδύσσεια – «Ελληνικά Σχολεία στην Κοινωνία της Πληροφορίας»**, το εθνικό πρόγραμμα που αφορά την παιδαγωγική ένταξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και Επικοινωνίας σε όλο το εύρος του εκπαιδευτικού συστήματος, και είναι αποτέλεσμα μακροχρόνιου σχεδιασμού και υλοποίησης (1996-2001). Το 2001 στα 385 σχολεία της **Οδύσσειας** καθηγητές όλων των ειδικοτήτων αξιοποιούν υπολογιστές και δίκτυα στην κύρια καθημερινή σχολική δραστηριότητά τους. Στο **Σχολικό Εργαστήριο της Κοινωνίας της Πληροφορίας** υποστηρίζεται η διδασκαλία όλων των μαθημάτων με διάφορες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Στο Γ' ΚΠΣ προβλέπεται η χρηματοδότηση της σταδιακής εξάπλωσης της **Οδύσσειας** σε περισσότερα σχολεία της χώρας μας.

**Διεύθυνση έργου:** Γιώργος Σορολοπίδης

**Αναπληρωτές υπεύθυνοι έργου:** Αρετή Βασιλογλου/Μαρία Καντήρου

**Μετάφραση λογισμικού και οδηγού χρήσης:** ORCO S.A.

**Επιστημονική και παιδαγωγική επιμέλεια:** Μαρία Κορδάκη

**Εκδοτική επιμέλεια:** Πάνος Ζευγώλης

**Επιμέλεια κειμένων:** Αντωνέτα Κώτση

**Υπεύθυνη παρακολούθησης υποέργων ΚΙΡΚΗΣ:** Σίλια Ρονιώτη

**Σύνδεσμος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου:** Κώστας Γαβρλίης

**Σύνδεσμος Ινστιτούτου Τεχνολογίας Υπολογιστών:** Βασίλης Δαγδιλέλης

ISBN 960-03-3214-2

© Copyright Λογισμικού CABRILOG 1997. Αποκλειστική διάθεση για την ελληνική γλώσσα σε όλο τον κόσμο Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε., Αθήνα 2001

© Copyright Βιβλίου καθηγητή Λυκείου Μαρία Κορδάκη – Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε., Αθήνα 2001

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση ή αναπαραγωγή του παρόντος έργου στο σύνολό του ή τμημάτων του με οποιονδήποτε τρόπο, καθώς και η μετάφραση ή διασκευή του ή εκμετάλλευσή του με οποιονδήποτε τρόπο αναπαραγωγής έργου λόγου ή τέχνης, σύμφωνα με τις διατάξεις του ν. 2121/1993 και της Διεθνούς Σύμβασης Βέρνης-Παρισιού, που κυρώθηκε με το ν. 100/1975. Επίσης απαγορεύεται η αναπαραγωγή της στοιχειοθεσίας, της σελδοποίησης, του εξωφύλλου και γενικότερα της όλης αισθητικής εμφάνισης του βιβλίου, με φωτοτυπίες, ηλεκτρονικές ή οποιεσδήποτε άλλες μεθόδους, σύμφωνα με το άρθρο 51 του ν. 2121/1993. Κατόπιν ειδικής συμφωνίας με το ΥΠ.Ε.Π.Θ. επιτρέπεται η εκμετάλλευσή του εξελληνισμένου προϊόντος με αντικείμενο τη χρήση του στα Ελληνικά Σχολικά Εργαστήρια σύμφωνα με το άρθρο 7, παρ. νί της σύμβασης με το ΙΤΥ για το Έργο Προσαρμογής Διεθνούς Εκπαιδευτικού Λογισμικού στο Ελληνικό Εκπαιδευτικό Σύστημα – Ε24 ΚΙΡΚΗ.

**Επικοινωνία:**

Cabri – LEIBNIZ-IMAG

46 Avenue Félix Viallet

38031 Grenoble Cedex, France

Τηλ.: (33) 04 76 57 50 58, φαξ: (33) 04 76 57 50 57

www.cabri.net – e-mail: cabri@imag.fr

Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε.

Ζαλόγγου 11, 106 78 Αθήνα

Τηλ.: (01) 33 01 208, φαξ: (01) 38 22 530

www.kastaniotis.com/cabri – e-mail: cabri@kastaniotis.com

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος.....	7
---------------	---

### *A' Τάξη Λυκείου*

1. Γωνίες και κάθετες ευθείες.....	11
Δραστηριότητα 1α.....	11
Δραστηριότητα 1β.....	12
2. Συμμετρία ως προς σημείο και ως προς άξονα.....	15
3. Κριτήρια ισότητας τριγώνων.....	19
4. Γωνίες με πλευρές κάθετες ή παράλληλες.....	23
Δραστηριότητα 1α – Γωνίες με πλευρές κάθετες.....	23
Δραστηριότητα 1β – Γωνίες με πλευρές παράλληλες.....	25
5. Παραλληλόγραμμα.....	29
Δραστηριότητα 1α.....	29
Δραστηριότητα 1β.....	32
6. Εγγεγραμμένα τετράπλευρα.....	35
7. Γεωμετρικοί τόποι.....	37
Δραστηριότητα 1.....	37
Δραστηριότητα 2.....	38
Δραστηριότητα 3.....	40
8. Θεώρημα του Θαλή.....	43
Δραστηριότητα 1.....	43
Δραστηριότητα 2.....	44
Δραστηριότητα 1 – Ομοιότητα.....	45

### *B' Τάξη Λυκείου*

1. Το πυθαγόρειο θεώρημα.....	49
2. Γενίκευση πυθαγόρειου θεωρήματος.....	53
3. Στη διαίρεση τμήματος σε μέσο και άκρο λόγο.....	55

4. Δύναμη σημείου ως προς κύκλο.....	57
5. Εμβαδόν ορθογώνιου.....	63
6. Εμβαδόν παραλληλόγραμμου.....	65
7. Εμβαδόν τριγώνου.....	69
8. Εμβαδόν τραπεζίου.....	73
9. Κανονικά πολύγωνα.....	75
10. Κανονικά πολύγωνα – Ομοιότητα.....	79
11. Μήκος τόξου και κύκλου.....	81
12. Εμβαδόν τόξου και κύκλου.....	83

### ***B' Τάξη Λυκείου – Τεχνολογική κατεύθυνση***

1. Διανύσματα.....	85
2. Συντεταγμένες στο επίπεδο.....	89
3. Βαρύκεντρο σχημάτων.....	91
4. Βαρύκεντρο σύνθετων σχημάτων.....	93
5. Παραβολή.....	95
6. Έλλειψη.....	97
7. Υπερβολή.....	99

### ***Παράρτημα***

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΑΞΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ – ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΗ ΟΡΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ.....	101
---	-----

## Πρόλογος

Αγαπητέ συνάδελφε,

Στο βιβλίο που κρατάς στα χέρια σου περιέχονται 34 δραστηριότητες για τη μάθηση γεωμετρικών εννοιών με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri – geometry II.

Η επιλογή των δραστηριοτήτων έγινε με δύο κριτήρια: πρώτον, να εντάσσονται στο υπάρχον αναλυτικό πρόγραμμα των τριών τάξεων του Λυκείου για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας και, δεύτερον, να αξιοποιούνται οι δυνατότητες του περιβάλλοντος Cabri – geometry II για την καλύτερη κατανόηση των σχετικών γεωμετρικών εννοιών από την πλευρά των μαθητών.

Οι γεωμετρικές έννοιες στις οποίες αναφέρονται οι δραστηριότητες αφορούν πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες (ευθεία, γωνίες, κάθετες και παράλληλες ευθείες, μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος), όπως και τη μελέτη βασικών σχημάτων (τρίγωνα, παραλληλόγραμμο και κανονικά πολύγωνα). Επιπλέον, προτείνονται δραστηριότητες που βοηθούν τη μελέτη της συμμετρίας και της ομοιότητας. Άλλες δραστηριότητες αφορούν την κατανόηση βασικών θεωρημάτων, όπως το θεώρημα του Θαλή και το πυθαγόρειο θεώρημα, ενώ άλλες αναφέρονται στη μελέτη βασικών τριγωνομετρικών εννοιών και σχέσεων. Επιπλέον, προσφέρονται δραστηριότητες για την κατανόηση των εμβαδών των βασικών γεωμετρικών σχημάτων (τρίγωνο, ορθογώνιο, παραλληλόγραμμο, τραπέζιο, κύκλος). Προτείνονται, επίσης, δραστηριότητες που αφορούν ειδικά θέματα, όπως η μελέτη των διανυσμάτων και στοιχείων αναλυτικής γεωμετρίας (συντεταγμένες). Βασικό χαρακτηριστικό όλων των δραστηριοτήτων είναι ότι δίνουν την ευκαιρία στο μαθητή να διατυπώσει εικασίες μέσα από τη μελέτη απειρίας σχημάτων τα οποία έχουν κοινές ιδιότητες.

Οι δραστηριότητες θα πρέπει να διεξάγονται στο εργαστήριο ηλεκτρονικών υπολογιστών του σχολείου. Πολύ χρήσιμη θα είναι η οργάνωση και η εργασία των μαθητών σε ομάδες, καθεμία από τις οποίες θα χρησιμοποιεί έναν υπολογιστή. Οι δραστηριότητες είναι κατασκευασμένες με τέτοιον τρόπο ώστε να μπορούν να πραγματοποιούνται στο εργαστήριο χωρίς να έχει παραδοθεί προηγουμένως η αντίστοιχη θεωρία. Καλό είναι να εξάγονται θεωρητικά συμπεράσματα μέσα από τη διερευνητική διαδικασία, που χαρακτηρίζει το σύνολο των δραστηριοτήτων, και στη συνέχεια, όπου είναι αναγκαίο, να χρησιμοποιείται η αποδεικτική μέθοδος. Οι



πρώτες ερωτήσεις που απευθύνονται σε κάθε δραστηριότητα στους μαθητές είναι πολύ ανοικτές, για να επιτρέπουν στους μαθητές να σκεφτούν και να διατυπώσουν εικασίες. Ίσως λίγοι μαθητές θα καταφέρουν να διατυπώσουν τις σωστές. Μπορείτε όμως να ενθαρρύνετε τους μαθητές να συζητήσουν τις απόψεις τους στις ομάδες ή σε ολόκληρη την τάξη και, εφόσον κωλύεται η διαδικασία, να προχωρήσετε στη χρήση συγκεκριμένων ερωτήσεων. Η εμπειρία έχει δείξει ότι οι μαθητές πραγματοποιούν με πολύ ενδιαφέρον γεωμετρικές δραστηριότητες στο περιβάλλον Cabri – geometry II και συγκροτούν απόψεις ύστερα από την εμπειρία που αποκτούν.

Στο φάκελο «Σχήματα» του λογισμικού υπάρχουν 41 αρχεία τύπου .fig που αντιστοιχούν σε έτοιμες κατασκευές, ενδεικτικές των δυνατοτήτων του προγράμματος. Οι κατασκευές αυτές καλύπτουν ποικιλία θεμάτων που διδάσκονται στις τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου και στοχεύουν στο να κινητοποιήσουν το μαθητή στη διερεύνηση του προγράμματος και στην ανακάλυψη των δυνατοτήτων που του παρέχει το Cabri – geometry II. Επιπρόσθετα, στο φάκελο «Μακροκατασκευές» υπάρχουν 18 αρχεία τύπου .mac, τα οποία περιλαμβάνουν έτοιμες μακροκατασκευές. Τόσο τα έτοιμα Σχήματα όσο και οι έτοιμες Μακροκατασκευές που παρέχονται από τον κατασκευαστή του λογισμικού είναι διαθέσιμα ώστε να χρησιμοποιηθούν και να ενταχθούν στην διδασκαλία της γεωμετρίας.

Η διαχείριση της τάξης στο εργαστήριο δεν είναι τυπική και μονότονη, διότι δε στηρίζεται στην επιβολή της «ησυχίας» και της «τάξης», αλλά έχει μεγαλύτερο ενδιαφέρον διότι οι μαθητές συζητούν και συνεργάζονται. Πολλές φορές, ο χρόνος εκμάθησης του περιβάλλοντος Cabri – geometry II μειώνεται λόγω του ότι οι μαθητές μαθαίνουν πολύ γρήγορα τη χρήση του. Ενώ παρατηρήθηκε αρχικά μια διστακτικότητα στη χρήση του εργαστηρίου και του εκπαιδευτικού λογισμικού από τους καθηγητές, διαλύθηκε από την πρώτη κιόλας διδακτική ώρα που αυτό χρησιμοποιήθηκε. Η διστακτικότητα αυτή ήταν αναμενόμενη, καθώς επρόκειτο για νέα εμπειρία. Πάντως, ο ενθουσιασμός των μαθητών και το γενικότερο μαθησιακό κλίμα που δημιουργήθηκε στις περισσότερες περιπτώσεις οδήγησε τους εκπαιδευτικούς στην επανάληψη της χρήσης του. Ελπίζω ότι και εσείς θα χρησιμοποιήσετε αυτό το περιβάλλον δημιουργικά για να δώσετε μια νέα διερευνητική και κατασκευαστική διάσταση στη διδασκαλία των γεωμετρικών εννοιών.

Με εκτίμηση

Μαρία Κορδάκη

**Οδηγός εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων  
για την Α' και Β' Λυκείου**



## Α' Τάξη Λυκείου

### Κεφάλαιο 1

Α' Τάξη – Γωνίες και κάθετες ευθείες

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

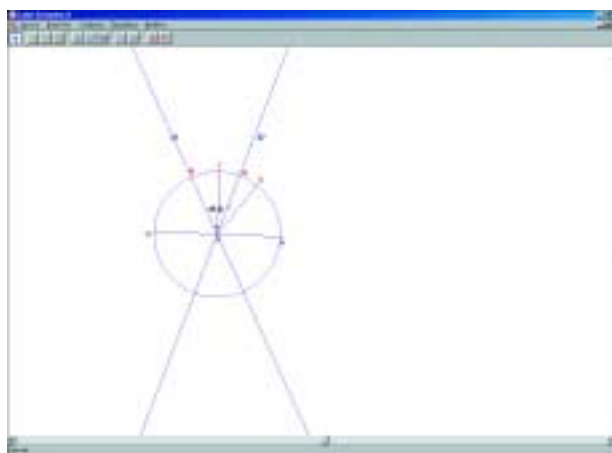
#### Δραστηριότητα 1α

##### Στόχος

Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ γωνιών και κάθετων ευθειών.

##### Κατασκευή

- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $K$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $A$  πάνω στον κύκλο με κέντρο  $K$ .
- Κατασκευάστε το συμμετρικό του σημείου  $A$  ως προς το κέντρο  $K$ , και ονομάστε το  $B$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ .
- Κατασκευάστε την κάθετη  $\varepsilon$  στο ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ , στο σημείο  $K$ .
- Κατασκευάστε το σημείο τομής της  $\varepsilon$  με τον κύκλο  $(K, KA)$ , και ονομάστε το  $\Gamma$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $K\Gamma$ .
- Αποκρύψτε την ευθεία  $\varepsilon$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $\Delta$  πάνω στον κύκλο  $(K, KA)$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $K\Delta$ .
- Κατασκευάστε τις διχοτόμους  $\delta_1$  και  $\delta_2$  των γωνιών  $BK\Delta$  και  $\Gamma K\Delta$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα σημεία τομής των  $\delta_1$  και  $\delta_2$  με τον κύκλο  $(K, KA)$ , και ονομάστε τα  $M$  και  $N$ , αντίστοιχα.
- Επιλέξτε και μετρήστε τη γωνία  $MKN$ .



Σχήμα Α\_1

### Διερεύνηση

Να μετακινήσετε το σημείο  $\Delta$  στην περιφέρεια του κύκλου  $(K, KA)$ . Τι παρατηρείτε;

### Απάντηση

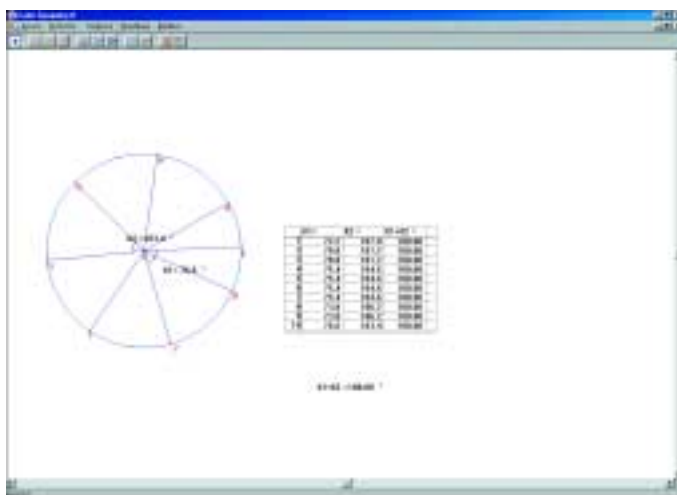
### Δραστηριότητα 1β

#### Στόχος

Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ γωνιών.

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $K$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $A, B, \Gamma$  και  $\Delta$  πάνω στον κύκλο κέντρου  $K$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $AK, BK, \Gamma K$  και  $\Delta K$ .
- Επιλέξτε τις γωνίες  $AKB, BKG, \Gamma K\Delta$  και  $\Delta KA$ .
- Κατασκευάστε τις διχοτόμους  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  και  $\delta_4$  των γωνιών  $AKB, BKG, \Gamma K\Delta$  και  $\Delta KA$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα σημεία τομής των διχοτόμων αυτών με τον κύκλο κέντρου  $K$ , και ονομάστε τα  $E, Z, H, \Theta$ , αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $KE, KZ, KH$  και  $K\Theta$  αντίστοιχα.
- Επιλέξτε τις γωνίες  $E K Z$  και  $H K \Theta$ , και ονομάστε τις  $K_1$  και  $K_2$ , αντίστοιχα. Στη συνέχεια, μετρήστε και πινακοποιήστε τις αυτόματα.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα το άθροισμα των γωνιών  $K_1 + K_2$ .



Σχήμα Α\_2

### Διερεύνηση

Να μετακινήσετε τα σημεία  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  και  $\Delta$  στην περιφέρεια του κύκλου  $K$  και να πινακοποιήσετε αντόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## Α' Τάξη – Συμμετρία ως προς σημείο και ως προς άξονα

## 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

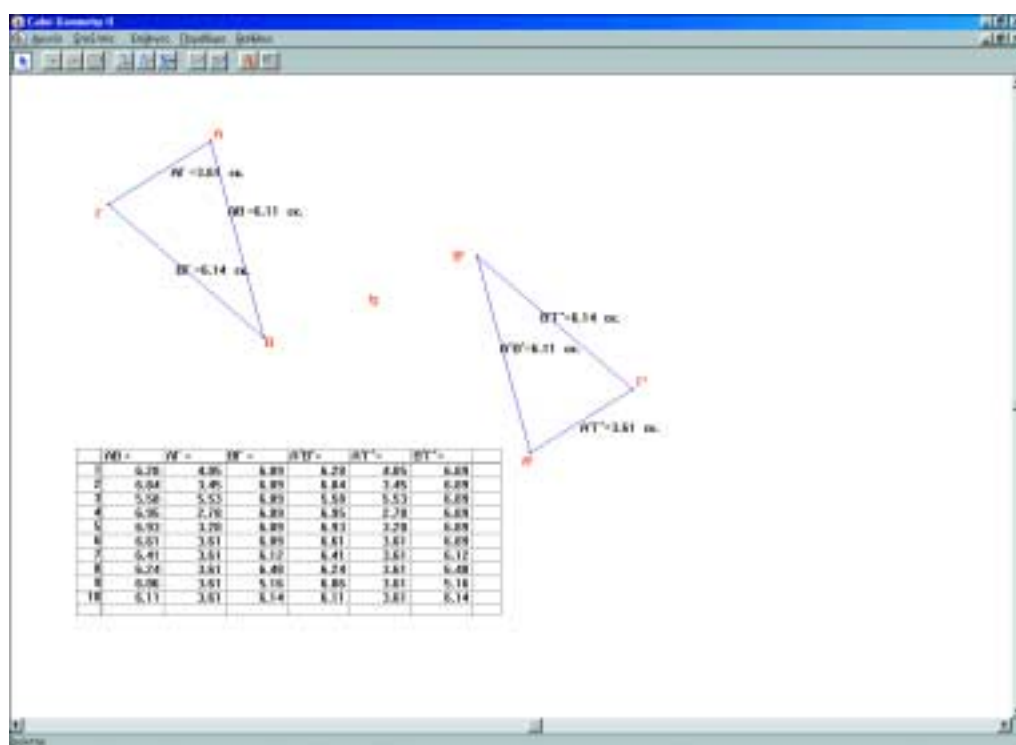
## Δραστηριότητα

## Στόχος

Η διερεύνηση της σχέσης ενός σχήματος και του συμμετρικού του ύστερα από αλληλουχία συμμετρίων ως προς σημείο και ως προς άξονα συμμετρίας.

## Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ.
- Κατασκευάστε ένα σημείο Ο στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε το συμμετρικό σχήμα τού ΑΒΓ ως προς το σημείο Ο, και ονομάστε το Α' Β' Γ'. Στη συνέχεια κατασκευάστε, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις πλευρές των δύο τριγώνων.



Σχήμα Α\_3

## Διερεύνηση

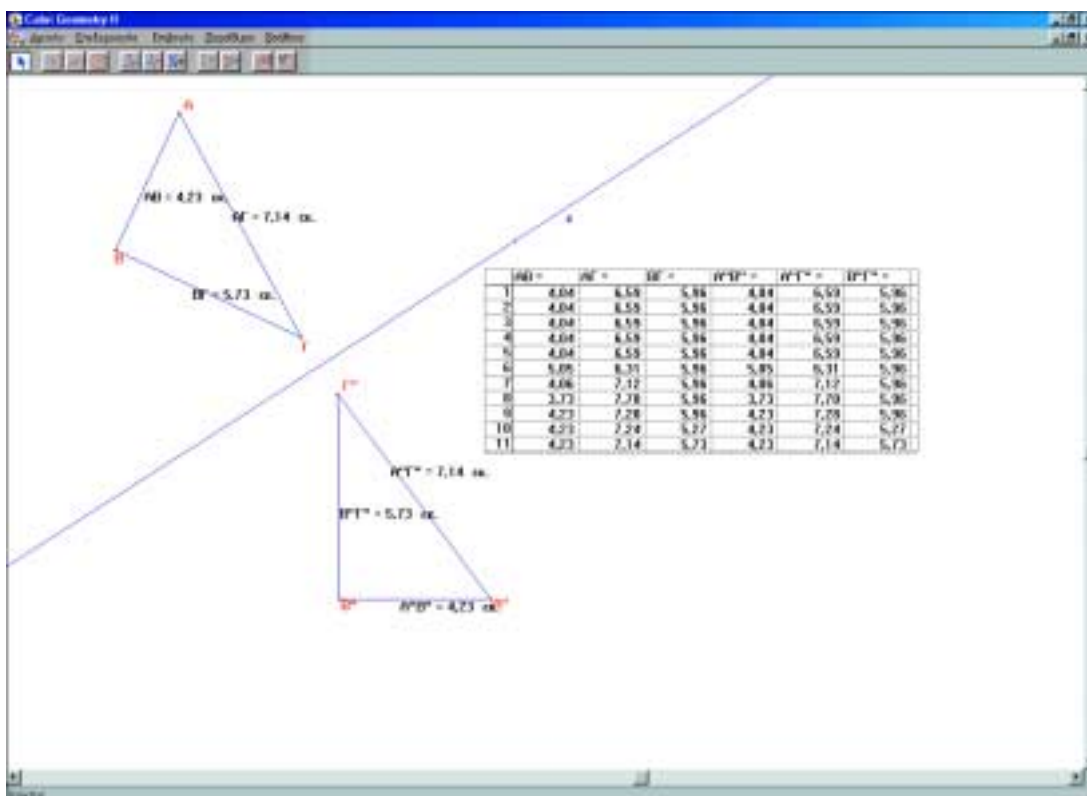
Α) Μετακινήστε το σημείο Ο στην οθόνη του υπολογιστή έτσι ώστε το Ο να βρίσκεται στο εσωτερικό ή στο εξωτερικό του τριγώνου ΑΒΓ ή να συμπίπτει με μία κορυφή του. Τι συμπεραίνετε;



Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$  στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε;

### Απάντηση

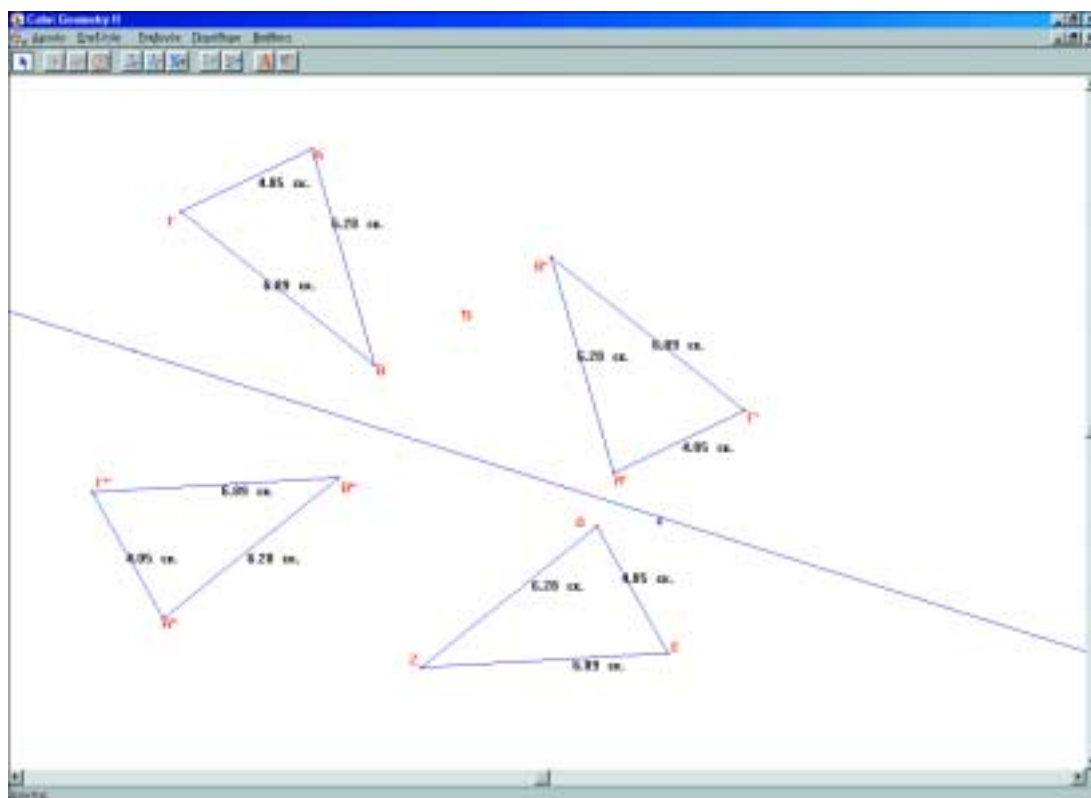
**Β)** Κατασκευάστε ευθεία  $\varepsilon$  και πάρτε το συμμετρικό (επιλογή Ανάκλαση) του τριγώνου  $AB\Gamma$  ως προς άξονα συμμετρίας  $\varepsilon$ , το οποίο να ονομάσετε  $A''B''\Gamma''$ . Να κατασκευάσετε, να μετρήσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα τις πλευρές του. Μετακινήστε τον άξονα συμμετρίας  $\varepsilon$  ή/και τις κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$  στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε;



Σχήμα Λ\_4

### Απάντηση

Γ) Να κατασκευάσετε το συμμετρικό του  $A'B'T'$  ως προς άξονα συμμετρίας  $\varepsilon$ , το οποίο να ονομάσετε  $\Delta EZ$ . Να κατασκευάσετε και να μετρήσετε αντόματα τις πλευρές του. Μετακινήστε τώρα τον άξονα συμμετρίας  $\varepsilon$  ή/και τις κορυφές του τριγώνου  $ABT$  στην οθόνη του υπολογιστή. Τι συμπεραίνετε;



Σχήμα Α\_5

Απάντηση

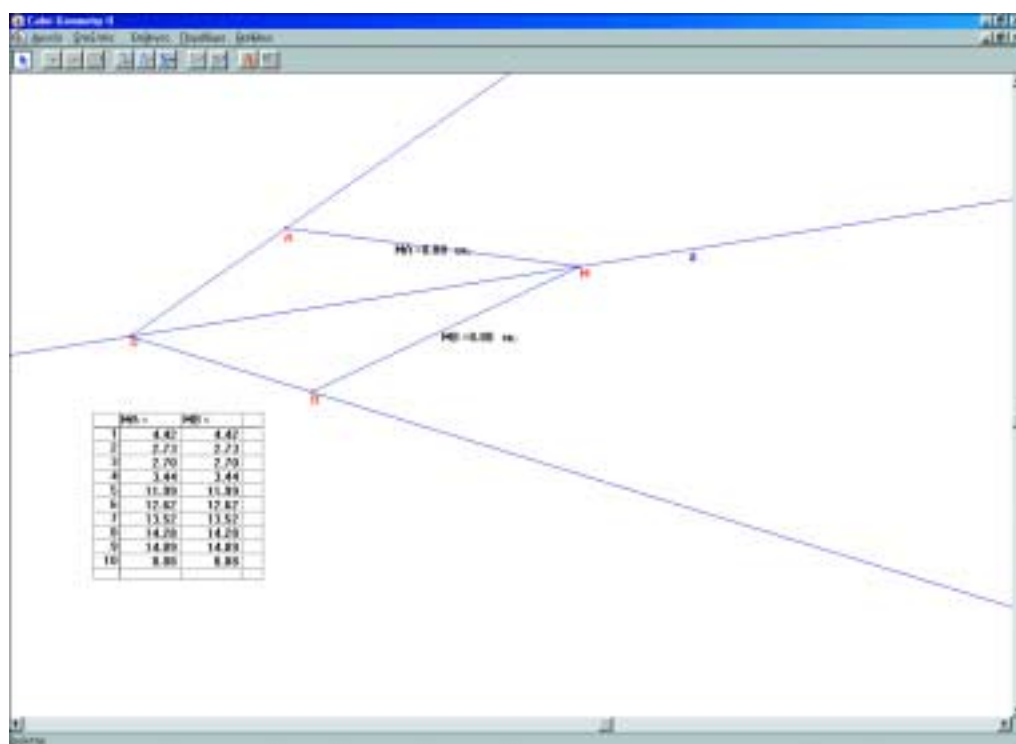


**Α' Τάξη – Κριτήρια ισότητας τριγώνων****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα****Στόχος**

Η διερεύνηση σχέσεων ισότητας στα τρίγωνα.

**Κατασκευή Α**

- Κατασκευάστε δύο ημιευθείες που να διέρχονται ένα κοινό σημείο  $O$ . Στη συνέχεια, ονομάστε τις  $O\alpha$  και  $O\psi$ .
- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα της επιλογής σας.
- Στη συνέχεια, κατασκευάστε τα σημεία τομής του κύκλου  $O$  με τις ημιευθείες  $O\alpha$  και  $O\psi$ , και ονομάστε τα  $A$  και  $B$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $OA$  και  $OB$  και αποκρύψτε τον κύκλο  $O$ .
- Επιλέξτε τη γωνία  $AOB$ , κατασκευάστε τη διχοτόμο της  $\delta$  και, στη συνέχεια, ορίστε ένα σημείο  $M$  πάνω σε αυτήν.
- Τέλος, κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $MA$  και  $MB$ , μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα.



Σχήμα Α\_6

### Διερεύνηση

Α) Μετακινήστε το σημείο  $M$  πάνω στη διχοτόμο  $\delta$ , όπως και τις πλευρές της γωνίας  $AOB$  και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

Β) Μπορείτε να αιτιολογήσετε την ισότητα των ευθύγραμμων τμημάτων  $MA$  και  $MB$ ;

### Αιτιολόγηση

.....

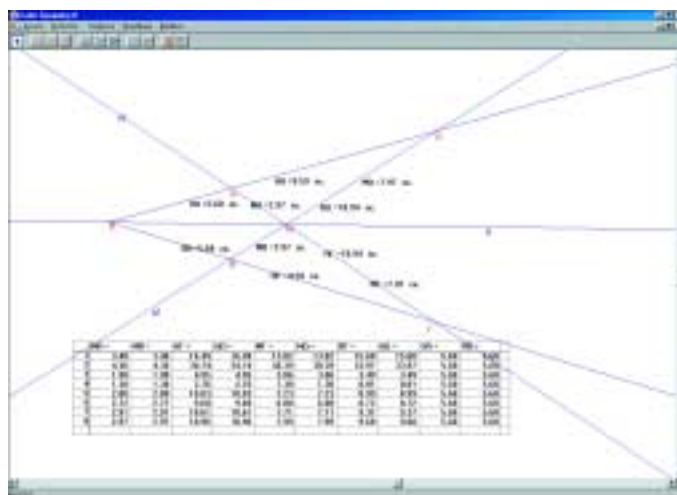
.....

.....

.....

### Κατασκευή Β

- Κατασκευάστε τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  που να διέρχονται τα σημεία  $AM$  και  $BM$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα σημεία τομής των  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  με την ημιευθεία  $O\psi$  και  $O\chi$ , και ονομάστε τα  $\Gamma$  και  $\Delta$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$ ,  $ΜΓ$ ,  $ΜΔ$ ,  $ΒΓ$  και  $ΑΔ$ .



Σχήμα Α\_7

### Διερεύνηση

**A)** Μετακινήστε το σημείο  $M$  πάνω στη διχοτόμο  $\delta$ , όπως και τις πλευρές της γωνίας  $AOB$  και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**B)** Μπορείτε να αιτιολογήσετε την ισότητα των ευθύγραμμων τμημάτων  $\alpha)$   $AG$  και  $BD$ ,  $\beta)$   $MG$  και  $MD$ ,  $\gamma)$   $BG$  και  $AD$ ;

#### $\alpha)$ Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

#### $\beta)$ Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

#### $\gamma)$ Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....



## Κεφάλαιο 3

Α' Τάξη – Γωνίες με πλευρές κάθετες ή παράλληλες

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

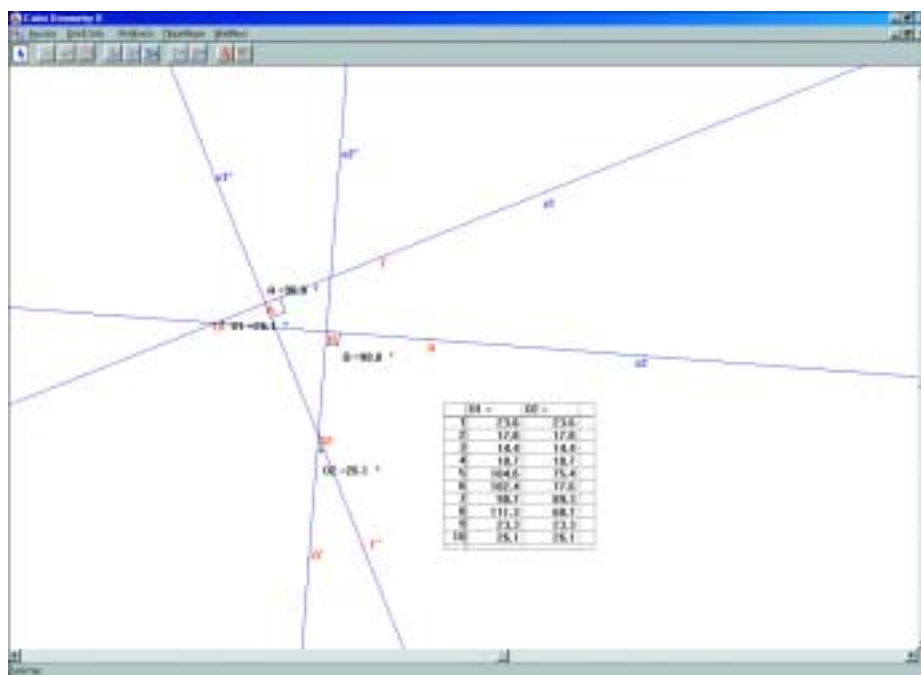
### Δραστηριότητα 1α – Γωνίες με πλευρές κάθετες

#### Στόχος

Η διερεύνηση σχέσεων ισότητας σε γωνίες με κάθετες πλευρές.

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα σημείο  $O_1$  και δύο ευθείες  $e_1$  και  $e_2$  οι οποίες να διέρχονται το  $O_1$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $O_2$  και δύο ευθείες  $e_1'$  και  $e_2'$ , έτσι ώστε να είναι κάθετες από το σημείο  $O_1$  ευθείες  $e_1$  και  $e_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα σημεία τομής των  $e_1$  και  $e_1'$ , όπως και των  $e_2$  και  $e_2'$ , και ονομάστε τα Α και Β αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα σημεία Γ, Δ και Γ'Δ' πάνω στις ευθείες  $e_1$  και  $e_1'$ , όπως και στις ευθείες  $e_2$  και  $e_2'$  αντίστοιχα.
- Επιλέξτε, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις γωνίες  $O_1=ΓO_1Δ$  και  $O_2=Γ'O_2Δ'$  αντίστοιχα.



Σχήμα Α\_8



### Διερεύνηση

Α) Μετακινήστε τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αντόματα τις τιμές των μεγεθών που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Β) Ποια σχέση υπάρχει ανάμεσα στις γωνίες  $O_1$  και  $O_2$ ;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Γ) Ποια σχέση υπάρχει ανάμεσα στις γωνίες  $O_1$  και  $O_2$  α) όταν και οι δύο είναι οξείες, β) όταν η μία είναι οξεία και η άλλη αμβλεία;

**Απάντηση**

.....

.....

.....

.....

**Αιτιολόγηση**

.....

.....

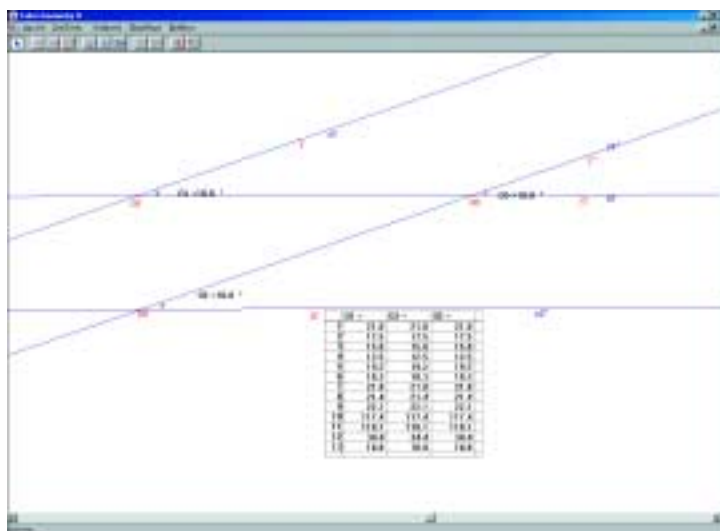
.....

**Δραστηριότητα 1β – Γωνίες με πλευρές παράλληλες****Στόχος**

Η διερεύνηση σχέσεων ισότητας σε γωνίες με παράλληλες πλευρές.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα σημείο  $O_1$  και δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  οι οποίες να διέρχονται το  $O_1$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $O_2$  και δύο ευθείες  $\varepsilon_1'$  και  $\varepsilon_2'$ , έτσι ώστε να διέρχονται το  $O_2$  και να είναι παράλληλες στις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_1'$ , το οποίο να ονομάσετε  $O_3$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Gamma$ ,  $\Delta$  και  $\Gamma'\Delta'$  πάνω στις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_1'$ , όπως και στις  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_2'$  αντίστοιχα.
- Επιλέξτε, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις γωνίες  $O_1=\Gamma O_1\Delta$ ,  $O_2=\Gamma' O_2\Delta'$  και  $O_3=\Gamma' O_3\Delta$ , αντίστοιχα.



Σχήμα Α\_9

### Διερεύνηση

Α) Μετακινήστε τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές των μεγεθών που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Β) Ποια είναι η σχέση μεταξύ των γωνιών  $O_1$  και  $O_2$ ;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Γ) Ποια είναι η σχέση μεταξύ των γωνιών  $O_1$  και  $O_2$  α) όταν και οι δύο είναι οξείες, β) όταν είναι αμβλείες;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Δ) Ποια είναι η σχέση μεταξύ των γωνιών  $O_1$  και  $O_3$ ;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Ε) Ποια είναι η σχέση μεταξύ των γωνιών  $O_2$  και  $O_3$ ;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

## Α' Τάξη – Παραλληλόγραμμα

## 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

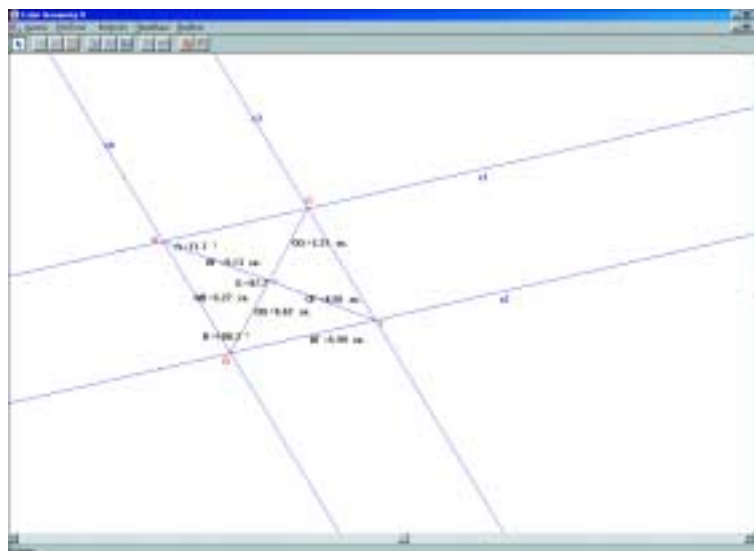
## Δραστηριότητα 1α

## Στόχος

Η διερεύνηση βασικών ιδιοτήτων των παραλληλόγραμμων.

## Κατασκευή

- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΟΔ και ΟΓ και μετρήστε τα αυτόματα.
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_1$  στην οθόνη του υπολογιστή.
- Από σημείο εκτός της  $\varepsilon_1$  κατασκευάστε **α)** την ευθεία  $\varepsilon_2$  παράλληλη προς την  $\varepsilon_1$ , **β)** την ευθεία  $\varepsilon_3$  που να τέμνει τις  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο Δ πάνω στην  $\varepsilon_1$ .
- Κατασκευάστε από το σημείο Δ την ευθεία  $\varepsilon_4$ , παράλληλη στην  $\varepsilon_3$ , που να τέμνει τις  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία τομής των  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ , από τις  $\varepsilon_3$  και  $\varepsilon_4$ , και ονομάστε τα Α, Β, Δ και Γ αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ και ΒΔ και μετρήστε τα αυτόματα.
- Κατασκευάστε τις γωνίες του παραλληλόγραμμου Α και Β, και μετρήστε τις αυτόματα.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των ΒΔ και ΑΓ, και ονομάστε το Ο.
- Μετρήστε τη γωνία ΑΟΔ=Ο.
- Επιλέξτε και μετρήστε τις γωνίες ΔΑΟ=Α<sub>1</sub> και ΟΒΓ=Β<sub>1</sub>.



Σχήμα Α\_10

**Διερεύνηση**

Μετακινήστε την ευθεία  $\varepsilon_4$  από το σημείο  $\Delta$  ή την ευθεία  $\varepsilon_1$  και διερευνήστε τι συμβαίνει στις παρακάτω περιπτώσεις:

A) Υπάρχει παραλληλόγραμμο το οποίο είναι συγχρόνως ορθογώνιο και ρόμβος;

**Απάντηση**

---

---

---

---

---

---

B) Ένα τετράγωνο είναι και ρόμβος;

**Απάντηση**

---

---

---

---

---

---

Γ) Ένας ρόμβος είναι πάντα τετράγωνο;

**Απάντηση**

---

---

---

---

---

---

Δ) Ποιο παραλληλόγραμμο έχει τις διαγώνιους του ίσες;

**Απάντηση**

---

---

Ε) Σε ποιο παραλληλόγραμμα οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα;

**Απάντηση**

ΣΤ) Σε ποιο παραλληλόγραμμα οι διαγώνιοι είναι επίσης άξονες συμμετρίας;

**Απάντηση**

Ζ) Σε ποιο παραλληλόγραμμα οι διαγώνιοι είναι και διχοτόμοι των γωνιών του;

**Απάντηση**

Η) Υπάρχει ρόμβος με όλες τις γωνίες του ίσες;

**Απάντηση**



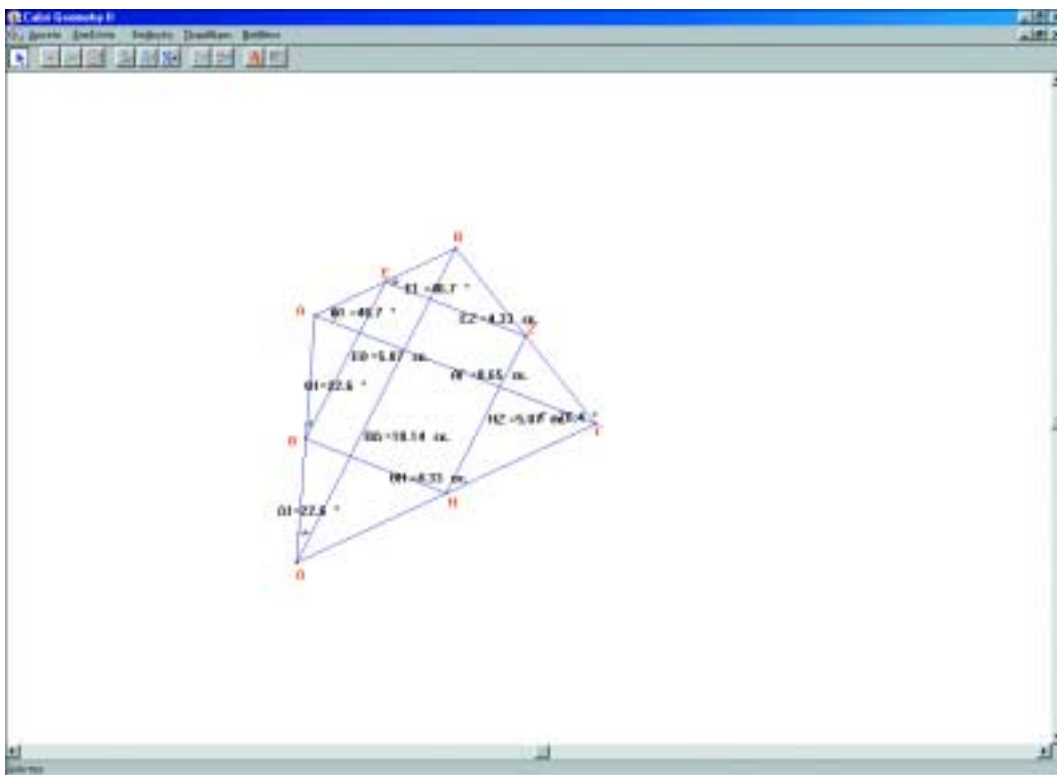
## Δραστηριότητα 1β

### Στόχος

Η διερεύνηση βασικών ιδιοτήτων των παραλληλόγραμμων.

### Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ.
- Κατασκευάστε τις διαγώνιους ΑΓ και ΒΔ του τετράπλευρου ΑΒΓΔ.
- Κατασκευάστε τα μέσα των πλευρών Ε, Ζ, Η και Θ του τετράπλευρου ΑΒΓΔ.
- Μετρήστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΒΔ.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΕΖ, ΖΗ, ΗΘ, ΘΕ και μετρήστε τα.
- Επιλέξτε και μετρήστε τις γωνίες  $BEZ=E_1$ ,  $BAG=A_1$ ,  $AΘE=Θ_1$  και  $AΔB=Δ_1$ .



Σχήμα Α\_11

### Διερεύνηση

Να μετακινήσετε τις κορυφές του τετράπλευρου ΑΒΓΔ στην οθόνη του υπολογιστή σας και να προσπαθήσετε να απαντήσετε στις εξής ερωτήσεις, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:

1. Τι είδους σχήματος είναι το τετράπλευρο  $EZH\Theta$ ;

**Απάντηση**

---

---

---

---

---

---

---

---

**Αιτιολόγηση**

---

---

---

---

---

---

---

---

2. Ποια είναι η σχέση ανάμεσα στα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων  $EZ$ ,  $ZH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta E$  και στα ευθύγραμμα τμήματα  $A\Gamma$  και  $B\Delta$ ;

**Απάντηση**

---

---

---

---

---

---

---

---

**Αιτιολόγηση**

---

---

---

---

---

---

---

---

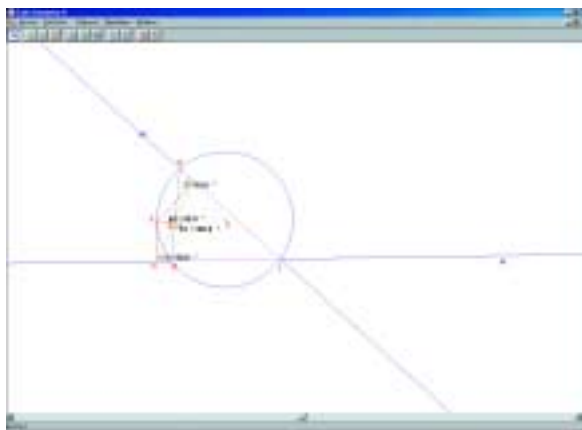


**Α' Τάξη – Εγγεγραμμένα τετράπλευρα****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα****Στόχος**

Η διερεύνηση των βασικών ιδιοτήτων των εγγεγραμμένων τετραπλεύρων. Η ευθεία του Simson.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο  $O$ .
- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  και τις πλευρές του  $AB$ ,  $B\Gamma$  και  $A\Gamma$ , και χρωματίστε τις μοβ.
- Κατασκευάστε δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ , που να διέρχονται τα σημεία  $B$ ,  $\Gamma$  και  $A$ ,  $\Gamma$ , αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε ένα τυχαίο σημείο  $E$  πάνω στον κύκλο με κέντρο  $O$ .
- Κατασκευάστε τις κάθετες ευθείες από το  $E$  στις  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  και  $AB$ , και ονομάστε τις  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  και  $\zeta_3$ , αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής της ευθείας  $\zeta_1$  με την ευθεία  $\varepsilon_1$ , και ονομάστε το  $\Delta$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $E\Delta$ .
- Κατασκευάστε το σημείο τομής της ευθείας  $\zeta_2$  με την ευθεία  $\varepsilon_2$ , και ονομάστε το  $Z$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $EZ$ .
- Κατασκευάστε το σημείο τομής της ευθείας  $\zeta_3$  με το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ , και ονομάστε το  $K$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $EK$ . Χρωματίστε κόκκινα τα ευθύγραμμα τμήματα  $E\Delta$ ,  $EZ$  και  $EK$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  και  $\zeta_3$ . Αποκρύψτε τις ευθείες  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_3$ .



Σχήμα Α\_12

- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $\Delta K$  και  $KZ$ .
- Κατασκευάστε τη γωνία  $\Delta KZ$ , ονομάστε την  $K_2$  και μετρήστε την αυτόματα.

### Διερεύνηση

Μετακινήστε το σημείο  $E$  στην περιφέρεια του κύκλου κέντρου  $O$  ή/και τα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$ .

1. Ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε για τη θέση των σημείων  $\Delta$ ,  $K$  και  $Z$ ;

### Διατύπωση υπόθεσης

Εδώ αναμένετε οι μαθητές να διατυπώσουν την υπόθεση ότι τα σημεία  $\Delta$ ,  $K$  και  $Z$  είναι πάντοτε συνευθειακά.

2. Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Στην περίπτωση που οι μαθητές δεν μπορούν να αιτιολογήσουν την απάντησή τους, τους καλείτε να επιλέξουν και να μετρήσουν τις γωνίες  $AZE=Z$ ,  $EKA=K_1$  και  $E\Delta B=\Delta_1$ . Στη συνέχεια, τους κάνετε την ακόλουθη ερώτηση:

Με βάση τα δεδομένα του σχήματός σας, μελετήστε τα τετράπλευρα  $EKZA$  και  $EKB\Delta$ . Ποιο είναι το είδος των τετραπλεύρων αυτών;

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

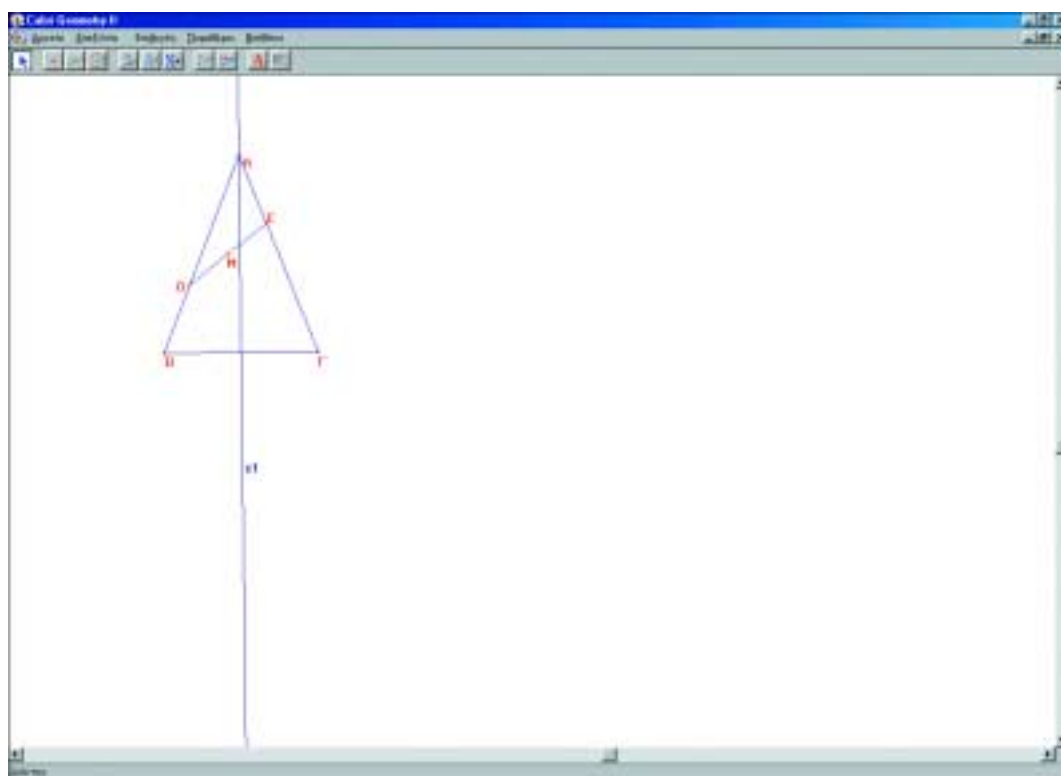
.....

**Α' Τάξη – Γεωμετρικοί τόποι****3 Δραστηριότητες****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα 1****Στόχος**

Η διατύπωση υπόθεσης για το γεωμετρικό τόπο του μέσου  $M$  ενός ευθύγραμμου τμήματος  $\Delta E$ , του οποίου τα άκρα  $\Delta$  και  $E$  βρίσκονται στις ίσες πλευρές  $AB$  και  $AG$  ενός ισοσκελούς τριγώνου  $ABG$  και πληρούν τη συνθήκη  $A\Delta = GE$ .

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $BG$  και τη μεσοκάθετό του  $\varepsilon$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $A$  πάνω στην  $\varepsilon$  και τα ευθύγραμμα τμήματα  $AB$  και  $AG$ .
- Ορίστε ένα σημείο  $\Delta$  πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ .
- Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας το διαβήτη, κατασκευάστε ένα τμήμα  $GE$  ίσο με το  $A\Delta$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $\Delta E$  και το μέσον του  $M$ .
- Ενεργοποιήστε την επιλογή Εμφάνιση ίχνους για το σημείο  $M$ .
- Μετακινήστε το σημείο  $\Delta$  κατά μήκος της πλευράς  $AB$ .



Σχήμα Α\_13

### Διερεύνηση

Ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε για το γεωμετρικό τόπο του σημείου  $M$ ;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

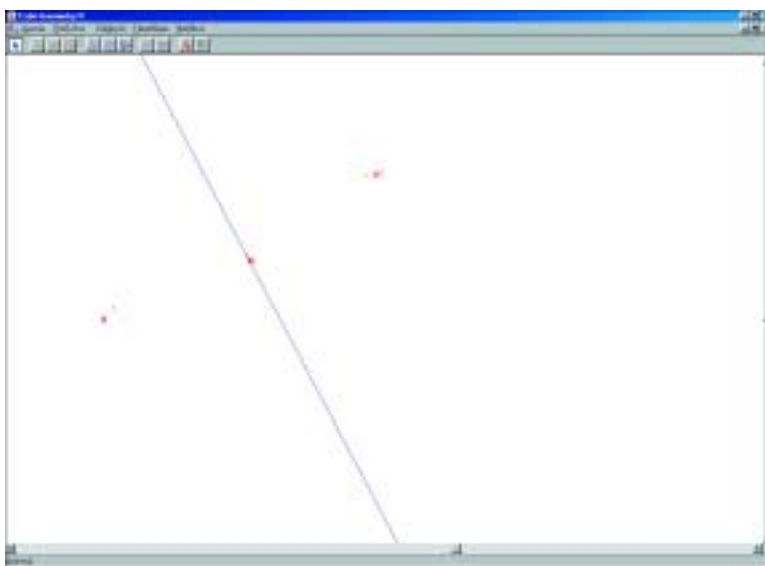
### Δραστηριότητα 2

#### Στόχος

Η διατύπωση υπόθεσης για το γεωμετρικό τόπο του συμμετρικού ενός σημείου  $M$  ως προς ευθεία  $\varepsilon$ , η οποία διέρχεται ένα σημείο  $A$ , για τις διάφορες δυνατές θέσεις της ευθείας  $\varepsilon$ .

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε δύο σημεία  $M$  και  $A$  στην οθόνη του υπολογιστή σας.
- Στη συνέχεια, κατασκευάστε μια ευθεία  $\varepsilon$  που να διέρχεται το σημείο  $A$ .
- Κατασκευάστε το συμμετρικό του σημείου  $M$  ως προς την ευθεία  $\varepsilon$ .
- Ενεργοποιήστε την επιλογή Εμφάνιση ίχνους για το σημείο  $M$ .
- Περιστρέψτε την ευθεία  $\varepsilon$  γύρω από το σημείο  $M$ .



Σχήμα Α\_14

**Διερεύνηση**

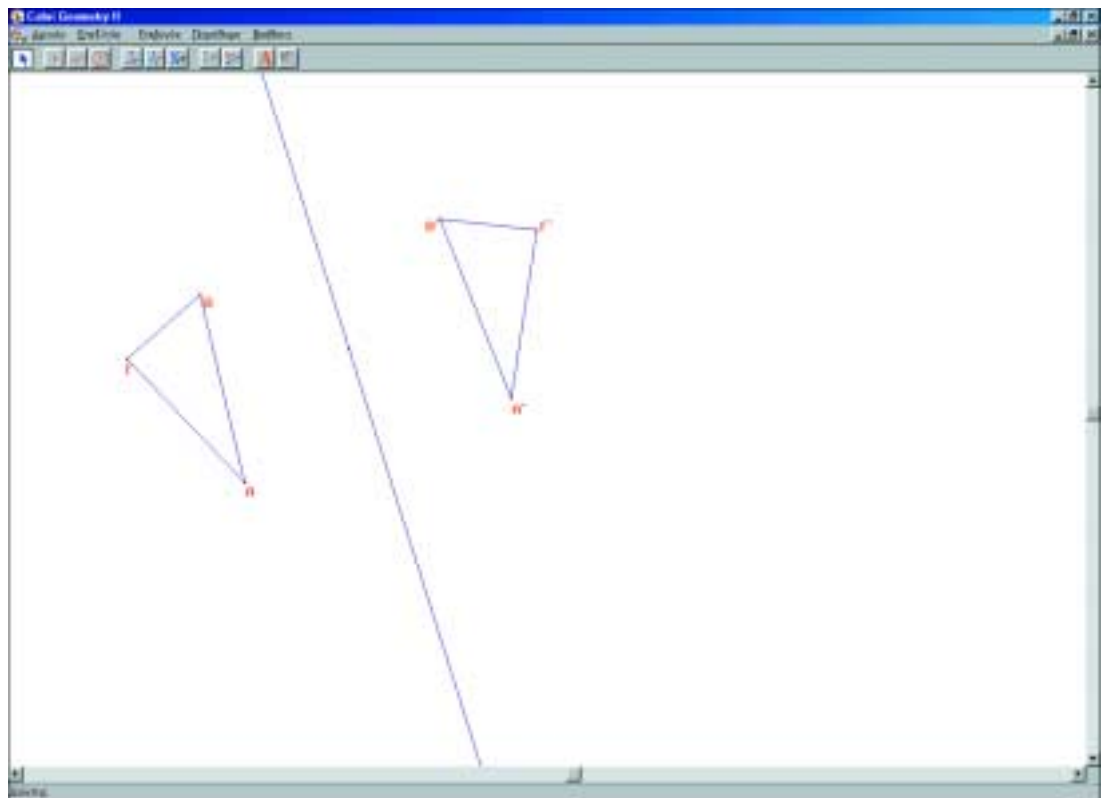
A) Ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε για το γεωμετρικό τόπο του σημείου  $M$ ;

**Διατύπωση υπόθεσης**

Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

**Αιτιολόγηση**

B) Με βάση την αποκτηθείσα εμπειρία σας, να κατασκευάσετε τρίγωνο  $AB\Gamma$  και το συμμετρικό του ως προς ευθεία  $\varepsilon$ , η οποία διέρχεται το σημείο  $M$ . Να διατυπώσετε υπόθεση για το γεωμετρικό τόπο του συμμετρικού του τριγώνου  $AB\Gamma$  ως προς την ευθεία  $\varepsilon$ , όταν αυτή περιστρέφεται γύρω από το σημείο  $M$ .



Σχήμα Α\_15



### Διατύπωση υπόθεσης

Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

### Αιτιολόγηση

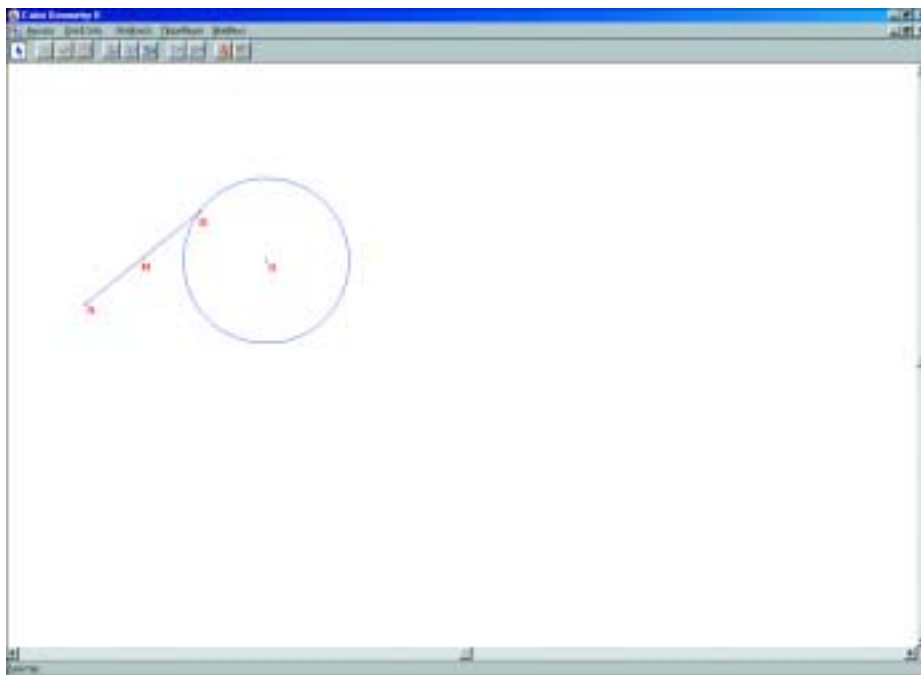
### Δραστηριότητα 3

#### Στόχος

Η διατύπωση υπόθεσης για το γεωμετρικό τόπο του μέσου  $M$  ενός ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ , του οποίου το άκρο  $A$  παραμένει σταθερό, ενώ το άκρο  $B$  διαγράφει περιφέρεια κύκλου κέντρου  $O$  και ακτίνας  $R$ .

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα της επιλογής σας.
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $A$  εκτός του κύκλου με κέντρο  $O$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $B$  πάνω στον κύκλο με κέντρο  $O$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ .
- Κατασκευάστε το μέσον  $M$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ .



Σχήμα Α\_16

### Διερεύνηση

Επιλέξτε Εμφάνιση ίχνους του σημείου  $M$  και περιστρέψτε το σημείο  $B$  πάνω στον κύκλο με κέντρο  $O$ . Διατυπώστε μια υπόθεση για το γεωμετρικό τόπο του σημείου  $M$ .

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

Μπορείτε να την αιτιολογήσετε;

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....



**Α' Τάξη – Θεώρημα του Θαλή**  
**2 Δραστηριότητες**  
**Χρόνος: 1 διδακτική ώρα**

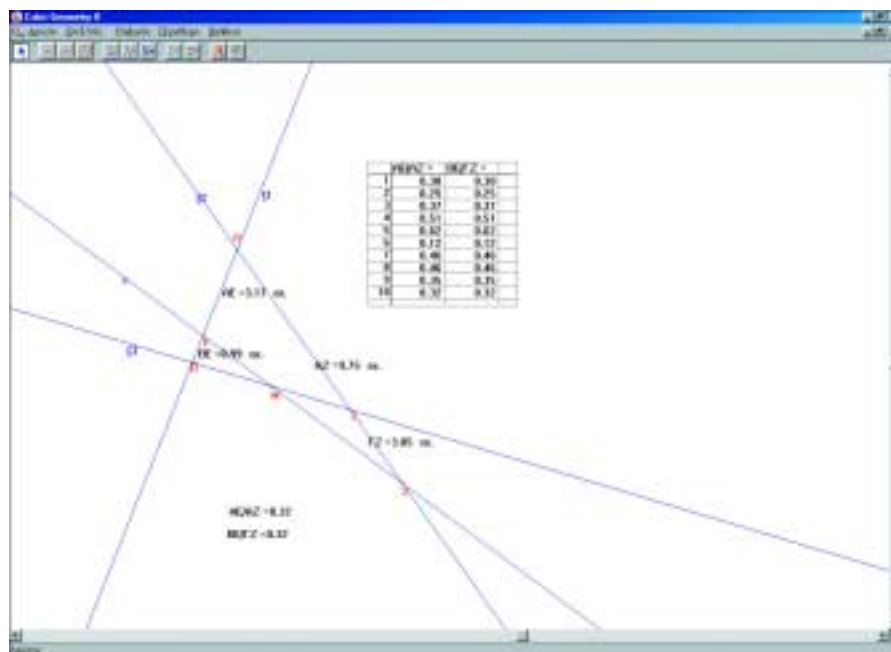
**Δραστηριότητα 1**

**Στόχος**

Η διερεύνηση της ύπαρξης αναλογικών σχέσεων μεταξύ των τμημάτων στα οποία τέμνει τις δύο πλευρές ενός τριγώνου μια ευθεία που διέρχεται το μέσον της τρίτης πλευράς.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ.
- Κατασκευάστε τις ευθείες  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  και  $\zeta_3$ , που να διέρχονται τα σημεία Α και Β, Α και Γ, Β και Γ αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε το μέσον Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ.
- Κατασκευάστε μια ευθεία ε που να διέρχεται το σημείο Μ.
- Κατασκευάστε τα σημεία Ε και Ζ, έτσι ώστε να αποτελούν τις τομές της ευθείας ε με τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΑΓ.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΕ, ΑΕ, ΑΖ και ΓΖ και μετρήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε τους λόγους ΑΕ/ΑΖ και ΒΕ/ΓΖ και πινακοποιήστε τους αυτόματα.



Σχήμα Α\_17

### Διερεύνηση

Α) Να μετακινήσετε τις κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$  ή την ευθεία  $\varepsilon$  στην οθόνη του υπολογιστή και να πινακοποιήσετε αυτόματα τους λόγους που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε;

### Απάντηση

---

---

---

---

---

---

---

Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

### Αιτιολόγηση

---

---

---

---

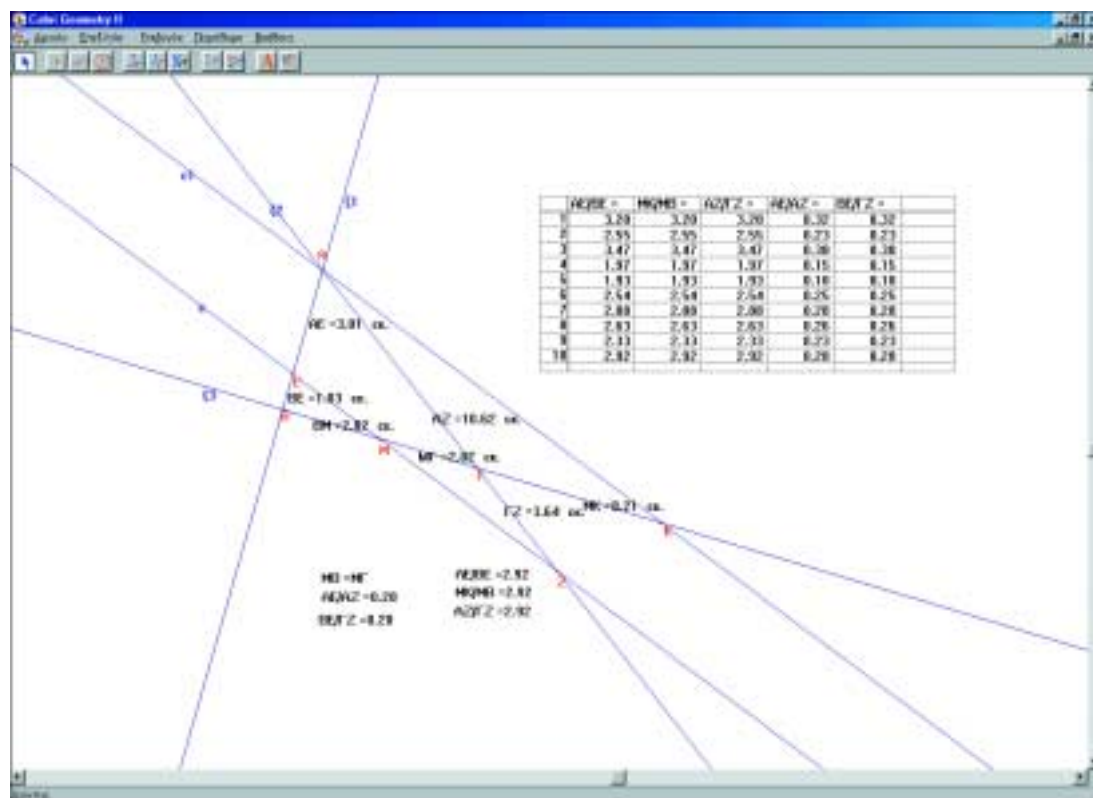
---

Στην περίπτωση που οι μαθητές δεν μπορούν να αιτιολογήσουν την απάντησή τους, προτείνετε να τους δοθούν βοηθητικές οδηγίες, όπως παρακάτω:

### Δραστηριότητα 2

#### Κατασκευή

- Από την κορυφή  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  κατασκευάστε την ευθεία  $\varepsilon_1$  παράλληλη προς την ευθεία  $\varepsilon$ .
- Ορίστε το σημείο τομής της  $\varepsilon_1$  με την ευθεία  $\zeta_3$  και ονομάστε το  $K$ .
- Στη συνέχεια, κατασκευάστε και μετρήστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $BM$  και  $MK$ .
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τους λόγους  $AE/BE$ ,  $MK/MB$ ,  $AZ/\Gamma Z$ ,  $AE/AZ$  και  $BE/\Gamma Z$ .
- Τέλος, μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$  ή την ευθεία  $\varepsilon$  στην οθόνη του υπολογιστή σας και πινακοποιήστε αυτόματα τους λόγους που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_18

Μπορείτε τώρα να διατυπώσετε μια υπόθεση για τις σχέσεις των λόγων των ευθύγραμμων τμημάτων που υπολογίστηκαν και κατόπιν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

### Δραστηριότητα 1 – Ομοιότητα

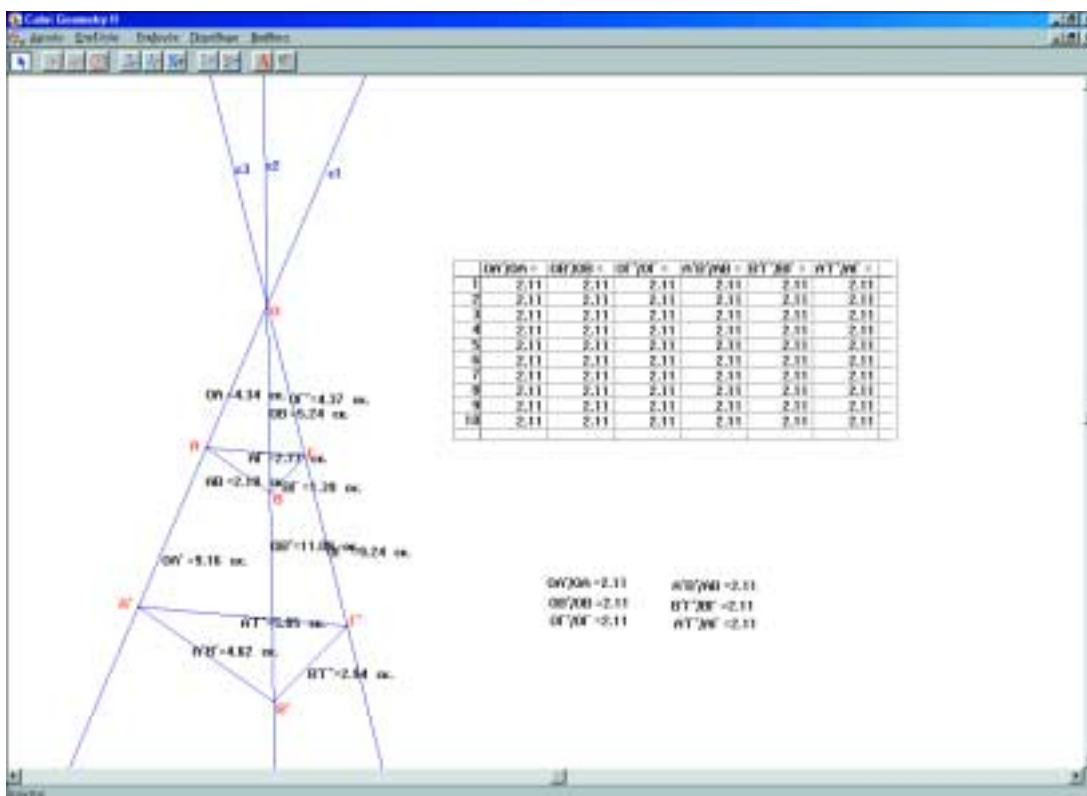
#### Στόχος

Η διερεύνηση της ύπαρξης αναλογικών σχέσεων μεταξύ όμοιων σχημάτων.

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα σημείο  $O$  και τρεις ευθείες  $e_1$ ,  $e_2$  και  $e_3$  που να το διέρχονται.
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $A$  πάνω στην ευθεία  $e_1$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $B$  πάνω στην ευθεία  $e_2$ .

- Κατασκευάστε ένα σημείο Γ πάνω στην ευθεία  $\varepsilon_3$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα AB, BΓ, ΑΓ και μετρήστε τα αυτόματα.
- Κατασκευάστε ένα σημείο Α' πάνω στην ευθεία  $\varepsilon_1$ .
- Από το σημείο Α' κατασκευάστε μία ευθεία  $\zeta_1$  παράλληλη στο ευθύγραμμο τμήμα AB.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των ευθειών  $\zeta_1$  και  $\varepsilon_2$ , και ονομάστε το Β'.
- Κατασκευάστε από το σημείο Β' μία ευθεία  $\zeta_2$  παράλληλη στο ευθύγραμμο τμήμα BΓ.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των ευθειών  $\zeta_2$  και  $\varepsilon_3$ , και ονομάστε το Γ'.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα Α'Β', Β'Γ', Α'Γ' και μετρήστε τα αυτόματα.
- Αποκρύψτε τις ευθείες  $\zeta_1$  και  $\zeta_2$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα OA, OB, OΓ και Ο'Α', Ο'Β', Ο'Γ' και μετρήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τους λόγους Ο'Α'/OA, Ο'Β'/OB και Ο'Γ'/OΓ, όπως και τους Α'Β'/AB, Α'Γ'/ΑΓ και Β'Γ'/BΓ.
- Μετακινήστε τις ευθείες  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_3$  στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τους λόγους που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_19

### Διερεύνηση

Διερευνήστε τις αναλογικές σχέσεις μεταξύ των πλευρών των σχημάτων στην κατασκευή που προαναφέρθηκε και διατυπώστε υποθέσεις για το είδος των σχημάτων αυτών.

**Απάντηση**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Σε περίπτωση που οι μαθητές δεν καταφέρνουν να διατυπώσουν υποθέσεις και να εντοπίσουν τα όμοια σχήματα, καλό είναι να τους παρακινήσετε να διερευνήσουν την ομοιότητα των σχημάτων  $OAB$  και  $OA'B'$ ,  $OBΓ$  και  $OB'T'$ ,  $OAG$  και  $OA'T'$ , όπως και των τριγώνων  $ABΓ$  και  $A'B'T'$ , και να αιτιολογήσουν την απάντησή τους.





## Β' Τάξη Λυκείου – Μαθήματα Γενικής παιδείας

### Κεφάλαιο 1

#### Β' Τάξη – Το πυθαγόρειο θεώρημα

#### 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 30 λεπτά

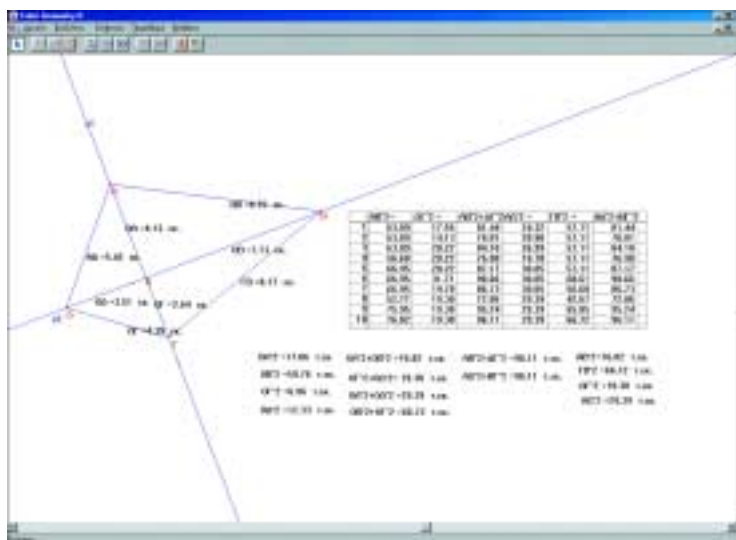
#### Δραστηριότητα

#### Στόχος

Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ πλευρών τετράπλευρου με τη χρήση του πυθαγόρειου θεωρήματος.

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε δύο κάθετες ευθείες και ονομάστε τις  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε το σημείο Ο της τομής των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία Α και Γ πάνω στην  $\varepsilon_1$  και εκατέρωθεν του σημείου Ο.
- Κατασκευάστε τα σημεία Β και Δ πάνω στην  $\varepsilon_2$  και εκατέρωθεν του σημείου Ο.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΟΑ, ΟΒ, ΟΓ και ΟΔ, όπως και ΑΔ, ΑΒ, ΓΒ και ΓΔ, και μετρήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε τα μεγέθη  $(ΟΑ)^2$ ,  $(ΟΒ)^2$ ,  $(ΟΓ)^2$ ,  $(ΟΔ)^2$  και  $(ΟΑ)^2 + (ΟΒ)^2$ ,  $(ΟΓ)^2 + (ΟΔ)^2$ ,  $(ΟΑ)^2 + (ΟΔ)^2$  και  $(ΟΒ)^2 + (ΟΓ)^2$ .
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη  $(ΑΒ)^2$ ,  $(ΒΓ)^2$ ,  $(ΑΔ)^2$ ,  $(ΔΓ)^2$ ,  $(ΑΒ)^2 + (ΔΓ)^2$  και  $(ΑΔ)^2 + (ΒΓ)^2$ .
- Μετακινήστε τα σημεία Α, Γ και Β, Δ στις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_20

### Διερεύνηση

Με βάση τα μεγέθη που υπολογίστηκαν, ποιες υποθέσεις μπορείτε να διατυπώσετε;  
Ποιες είναι οι βασικές ισότητες που προκύπτουν; Διατυπώστε την αιτιολόγηση για την ύπαρξη αυτών των ισοτήτων.

### Ισότητα 1

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

### Ισότητα 2

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

### Ισότητα 3

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

### Ισότητα 4

.....

.....

### Αιτιολόγηση

---

---

---

---

### Ισότητα 5

---

---

### Αιτιολόγηση

---

---

---

---



## Κεφάλαιο 1

B' Τάξη – Γενίκευση πυθαγόρειου θεωρήματος

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 30 λεπτά

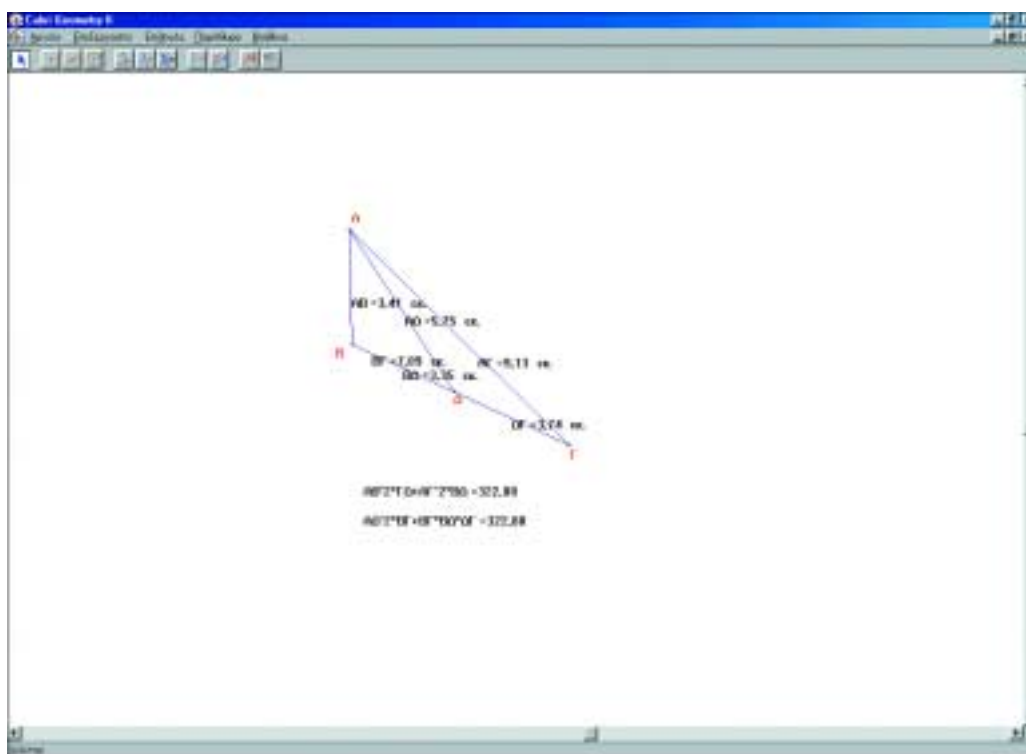
### Δραστηριότητα

#### Στόχος

Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ πλευρών τριγώνου με τη χρήση του γενικευμένου πυθαγόρειου θεωρήματος. Το θεώρημα Stewart.

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο ABΓ.
- Κατασκευάστε ένα σημείο στην πλευρά BΓ.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμο τμήματα AB, AΓ, BΓ, AΔ, BΔ, ΔΓ και μετρήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε τις παραστάσεις  $(AB)^2 \cdot \Gamma\Delta + (A\Gamma)^2 \cdot B\Delta$  και  $(A\Delta)^2 \cdot B\Gamma + B\Gamma \cdot B\Delta \cdot \Delta\Gamma$ .
- Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου ABΓ στην οθόνη του υπολογιστή ή το σημείο Δ πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα BΓ, και διερευνήστε τι συμβαίνει, ώστε να διατυπώσετε υπόθεση για την ισότητα των παραστάσεων που παρατηρείτε.



Σχήμα Α\_21

*Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;*

**Αιτιολόγηση**

---

---

---

---

**Β' Τάξη – Στη διαίρεση τμήματος σε μέσο και άκρο λόγο**  
**1 Δραστηριότητα**  
**Χρόνος: 1 διδακτική ώρα**

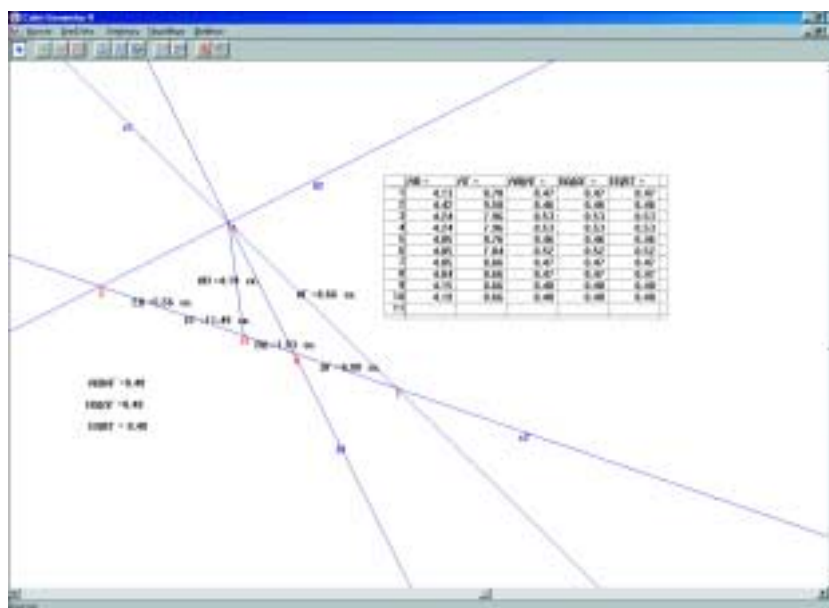
**Δραστηριότητα**

**Στόχος**

Η διερεύνηση της ύπαρξης αναλογικών σχέσεων μεταξύ των τμημάτων στα οποία τέμνεται μία πλευρά ενός τριγώνου από την εσωτερική και εξωτερική διχοτόμο της απέναντι γωνίας του τριγώνου προς αυτή την πλευρά.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΑΓ, μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Κατασκευάστε τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ , έτσι ώστε να διέρχονται τα σημεία Α, Γ και Β, Γ αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τις διχοτόμους  $\delta_1$  και  $\delta_2$  της γωνίας ΒΑΓ και της εξωτερικής της.
- Κατασκευάστε τα σημεία Δ και Ε ως σημεία τομής των διχοτόμων  $\delta_1$  και  $\delta_2$  με την ευθεία  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΔ, ΔΓ, ΕΒ και ΕΓ και μετρήστε τα.
- Υπολογίστε τους λόγους ΑΒ/ΑΓ, ΒΔ/ΔΓ και ΕΒ/ΕΓ και πινακοποιήστε τους αυτόματα.
- Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ ή την ευθεία  $\varepsilon$  στην οθόνη του υπολογιστή, και πινακοποιήστε αυτόματα τους λόγους που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_22



### Διερεύνηση

Διατυπώστε μια υπόθεση για τις σχέσεις μεταξύ των λόγων των ευθύγραμμων τμημάτων που υπολογίστηκαν για τις διάφορες μορφές του τριγώνου  $ABΓ$  και αιτιολογήστε, αν μπορείτε, την απάντησή σας.

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....



### Διερεύνηση

Α) Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε; Αιτιολογήστε την.

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

Β) Ποια ιδιότητα φαίνεται ότι έχουν τα σημεία της ευθείας  $\varepsilon$ ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

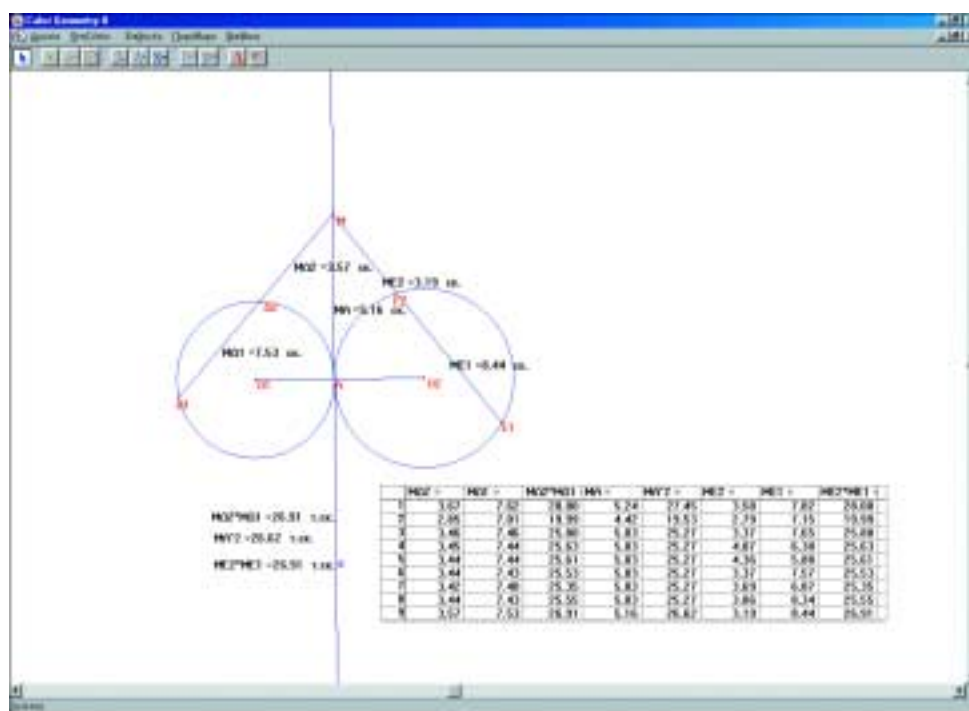
.....

**Περίπτωση 2η:** Οι κύκλοι εφάπτονται.

### Κατασκευή

- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $O_1$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $A$  πάνω στον κύκλο κέντρου  $O_1$ .
- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $O_2$  και ακτίνα  $O_2A$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ .
- Κατασκευάστε την κάθετη ευθεία  $\varepsilon$  από το σημείο  $A$  στο ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $M$  πάνω στην ευθεία  $\varepsilon$ .

- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_1$  και  $E_1$  πάνω στον κύκλο  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_2$  και  $E_2$  ως σημεία τομής των ευθύγραμμων τμημάτων  $M\Delta_1$  και  $ME_1$  με τους κύκλους  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_2$ ,  $ME_2$  και  $MA$ , μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα, όπως και τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Υπολογίστε τα γινόμενα  $M\Delta_2 \cdot M\Delta_1$ ,  $MA^2$ , και  $ME_2 \cdot ME_1$  και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Μετακινήστε το  $M$  πάνω στην ευθεία  $\varepsilon$  ή μεταβάλετε τις ακτίνες των κύκλων  $O_1$  και  $O_2$ , και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές των μεγεθών που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_24

### Διερεύνηση

Α) Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε; Δώστε την αιτιολόγησή.

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

**Β)** Ποια ιδιότητα φαίνεται ότι έχουν τα σημεία της ευθείας  $\varepsilon$ ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

**Απάντηση**

.....

.....

.....

.....

.....

**Αιτιολόγηση**

.....

.....

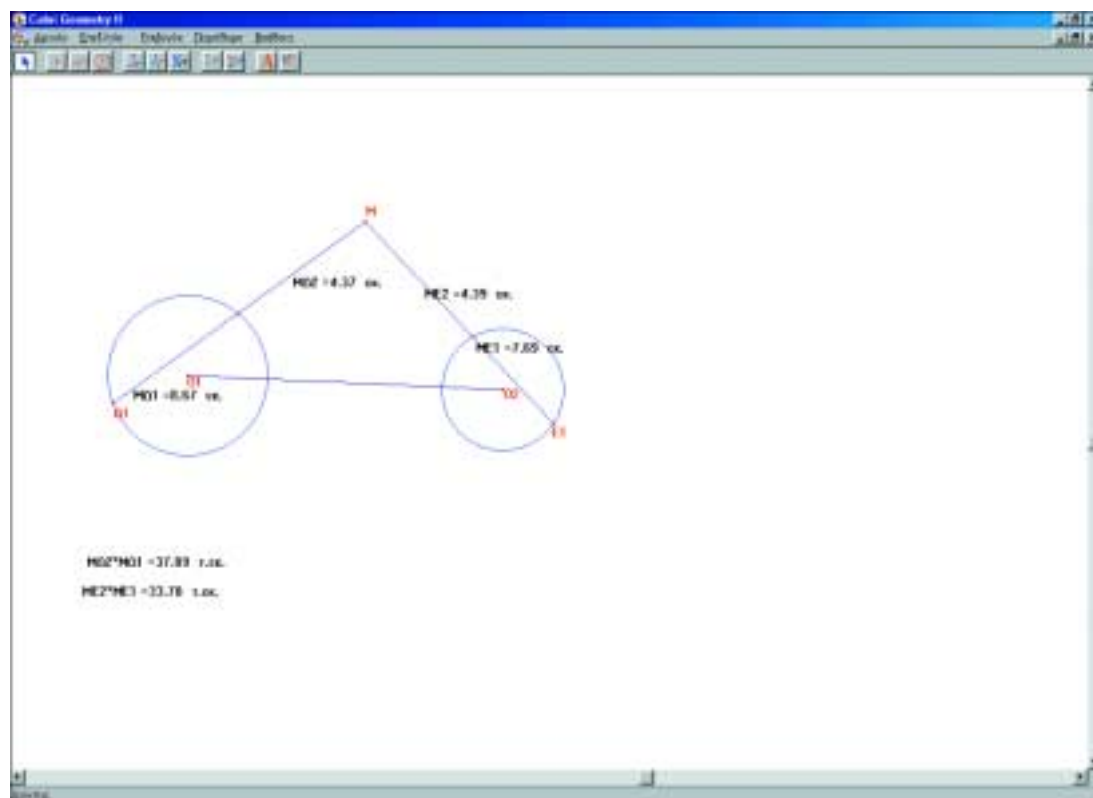
.....

.....

**Περίπτωση 3η:** Οι κύκλοι δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε δύο μη τεμνόμενους κύκλους, με κέντρα  $O_1$  και  $O_2$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $M$  στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_1$  και  $E_1$  πάνω στον κύκλο  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_2$  και  $E_2$  ως σημεία τομής των ευθύγραμμων τμημάτων  $M\Delta_1$  και  $ME_1$  με τους κύκλους  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_2$ ,  $ME_2$ ,  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ , και μετρήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε τα γινόμενα  $M\Delta_2 \cdot M\Delta_1$  και  $ME_2 \cdot ME_1$ . Μετακινήστε το  $M$  πάνω στην οθόνη του υπολογιστή σας και διερευνήστε για ποιες θέσεις του  $M$  τα γινόμενα που προαναφέρθηκαν είναι ίσα.



Σχήμα Α\_25

## Απάντηση

.....

.....

## Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....



## Κεφάλαιο 2

### B' Τάξη – Εμβαδόν ορθογώνιου

#### 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 20 λεπτά

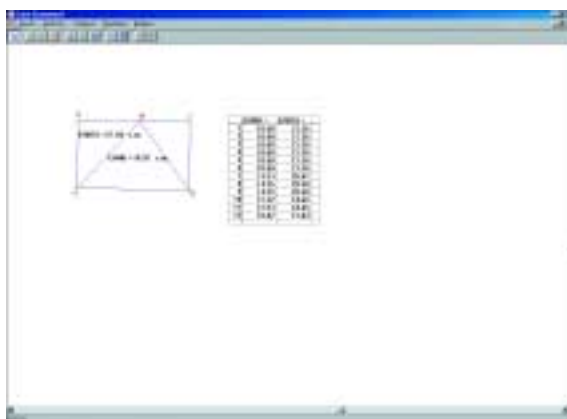
#### Δραστηριότητα

##### Στόχος

Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ ορθογώνιου και τριγώνου που έχει πλευρά τη μία πλευρά του ορθογώνιου, ενώ η τρίτη του κορυφή μετακινείται στην απέναντι πλευρά του ορθογώνιου.

##### Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB.
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_1$  κάθετη από το σημείο A στο ευθύγραμμο τμήμα AB.
- Κατασκευάστε ένα σημείο Δ πάνω στην ευθεία  $\varepsilon_1$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_2$  κάθετη από το σημείο Δ στην ευθεία  $\varepsilon_1$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_3$  κάθετη από το σημείο B στο ευθύγραμμο τμήμα AB.
- Κατασκευάστε το σημείο Γ της τομής των  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_3$ .
- Κατασκευάστε το ορθογώνιο ABΓΔ. Στη συνέχεια, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα το εμβαδόν του.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΓ.
- Αποκρύψτε τις ευθείες  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_3$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο Μ πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΔΓ.
- Κατασκευάστε το τρίγωνο AMB. Στη συνέχεια, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα το εμβαδόν του.
- Μετακινήστε το σημείο Μ πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΔΓ ή μεταβάλετε το ορθογώνιο ABΓΔ μετακινώντας τις κορυφές του A, B ή Δ στην οθόνη του υπολογιστή, και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_26



### Διερεύνηση

Με βάση τον πίνακα που κατασκευάσατε, ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε;  
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

## Β' Τάξη – Εμβαδόν παραλληλόγραμμου

### 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 25 λεπτά

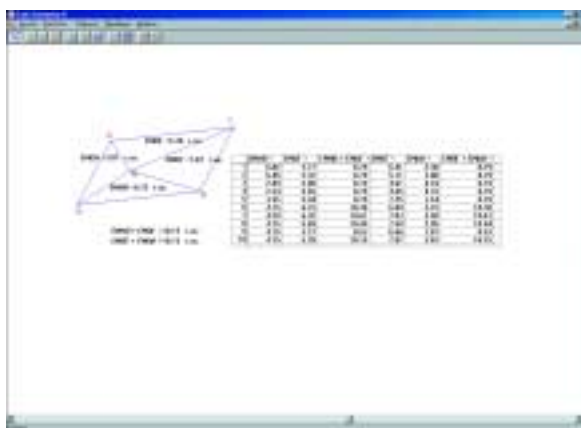
#### Δραστηριότητα

##### Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων που έχουν εμβαδά τριγώνων των οποίων η μία κορυφή είναι εσωτερικό σημείο παραλληλόγραμμου και η μία πλευρά τους είναι πλευρά αυτού του παραλληλόγραμμου.

##### Κατασκευή

- Κατασκευάστε δύο τυχαία ευθύγραμμα τμήματα  $AB$  και  $AD$  μη συνευθειακά στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_1$  παράλληλη από το σημείο  $B$  στο ευθύγραμμο τμήμα  $AD$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_2$  παράλληλη από το σημείο  $D$  στο ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $\Gamma$  ως την τομή των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $\Delta\Gamma$  και  $B\Gamma$ .
- Αποκρύψτε τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $M$  στο εσωτερικό του παραλληλόγραμμου  $AB\Gamma\Delta$ .
- Κατασκευάστε τα τρίγωνα  $MAB$ ,  $MB\Gamma$ ,  $M\Delta\Gamma$  και  $M\Delta A$ , τα εμβαδά των οποίων μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα.
- Υπολογίστε τα αθροίσματα των εμβαδών των τριγώνων  $EMAB+EM\Delta\Gamma$  και  $EMB\Gamma+EM\Delta A$  και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Μετακινήστε το σημείο  $M$  στο εσωτερικό του παραλληλόγραμμου  $AB\Gamma\Delta$  ή μεταβάλετε το παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  μετακινώντας τις κορυφές του  $A$ ,  $B$  ή  $\Delta$  στην οθόνη του υπολογιστή, και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_27

### Διερεύνηση

Με βάση τον πίνακα που κατασκευάσατε, ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

Η ερώτηση αυτή είναι γενική και έχει στόχο την ενεργοποίηση των υψηλών νοητικών διεργασιών των μαθητών, προκειμένου να κατασκευάσουν τη γνώση τους αυτόνομα. Στην περίπτωση που αυτό δεν είναι δυνατό, τους καλείτε να διατυπώσουν υποθέσεις για συγκεκριμένα θέματα, όπως:

1. Με βάση τις στήλες 3 και 6 του πίνακα που κατασκευάσατε, ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε για τις σχέσεις των αθροισμάτων των εμβαδών που εμφανίζονται σε αυτές, όταν το  $M$  μετακινείται στο εσωτερικό του παραλληλόγραμμου  $ABΓΔ$ ; Μπορείτε να δώσετε κάποια αιτιολόγηση στην απάντησή σας;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

2. Διερευνήστε αν ισχύει η σχέση των αθροισμάτων των εμβαδών που προαναφέρθηκαν σε οποιοδήποτε παραλληλόγραμμο  $ABΓΔ$ .

### Απάντηση

.....

.....

.....

---

---



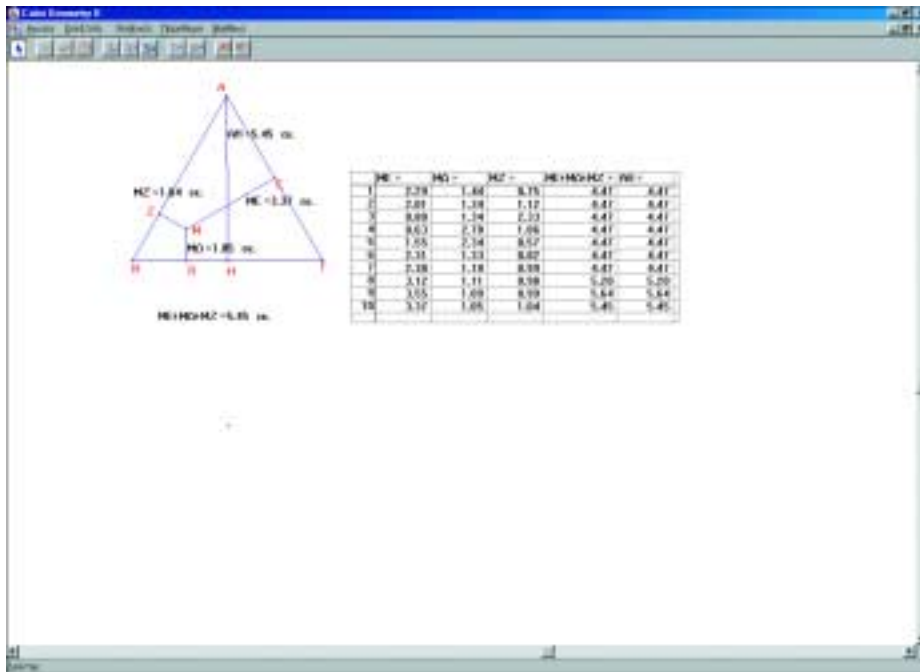
**B' Τάξη – Εμβαδόν τριγώνου****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 25 λεπτά****Δραστηριότητα****Στόχος**

Η διερεύνηση των σχέσεων που έχουν εμβαδά τριγώνων των οποίων η μία κορυφή είναι εσωτερικό σημείο ισόπλευρου τριγώνου και η μία πλευρά τους είναι πλευρά του ίδιου τριγώνου.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ.
- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΒ.
- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο Β και ακτίνα ΒΓ.
- Κατασκευάστε το σημείο Α ως σημείο τομής των κύκλων με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΒ και κέντρο Β και ακτίνα ΒΓ.
- Αποκρύψτε τους κύκλους που προαναφέρθηκαν.
- Κατασκευάστε ένα σημείο Μ στο εσωτερικό του τριγώνου ΑΒΓ.
- Κατασκευάστε ευθεία  $\varepsilon_1$  κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ από το σημείο Μ.
- Κατασκευάστε το σημείο Δ ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_1$  με το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΜΔ.
- Αποκρύψτε την ευθεία  $\varepsilon_1$ .
- Κατασκευάστε ευθεία  $\varepsilon_2$  κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ από το σημείο Μ.
- Κατασκευάστε το σημείο Ζ ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_2$  με το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΜΖ.
- Αποκρύψτε την ευθεία  $\varepsilon_2$ .
- Κατασκευάστε ευθεία  $\varepsilon_3$  κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ από το σημείο Μ.
- Κατασκευάστε το σημείο Ε ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_3$  με το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΜΕ.
- Αποκρύψτε την ευθεία  $\varepsilon_3$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_4$  κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ από το σημείο Α.
- Κατασκευάστε το σημείο Η ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_4$  με το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΗ.
- Αποκρύψτε την ευθεία  $\varepsilon_4$ .
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα ευθύγραμμα τμήματα ΜΔ, ΜΖ, ΜΕ και ΑΗ.

- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα το τμήμα  $MD + MZ + ME$ .
- Μετακινήστε το σημείο  $M$  στο εσωτερικό του τριγώνου  $AB\Gamma$  ή μεταβάλετε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  μετακινώντας τις κορυφές του  $B$  ή  $\Gamma$  στην οθόνη του υπολογιστή σας, και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_28

### Διερεύνηση

1. Με βάση τον πίνακα που κατασκευάσατε, ποια υπόθεση διατυπώνετε;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Στην περίπτωση που οι μαθητές δεν μπορούν να διατυπώσουν την υπόθεση ότι το άθροισμα των αποστάσεων του σημείου  $M$  από τις πλευρές του ισοπλευρού τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι σταθερό, συνιστάται να τους επικεντρώσετε την προσοχή στις στήλες 4 και 5 του πίνακα που κατασκευάστηκε.

2. Διερευνήστε τη σχέση μεταξύ των εμβαδών των τριγώνων  $MAB$ ,  $MAG$ ,  $MB\Gamma$  και  $AB\Gamma$  με βάση την προηγούμενη εργασία και τα συμπεράσματα τα οποία διατυπώσατε.

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....





**B' Τάξη – Εμβαδόν τραπεζίου**  
**1 Δραστηριότητα**  
**Χρόνος: 25 λεπτά**

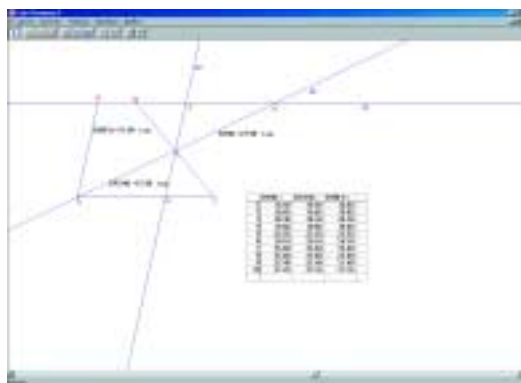
**Δραστηριότητα**

**Στόχος**

Η διερεύνηση σχέσεων εμβαδού τραπεζίου, παραλληλόγραμμου και τριγώνου.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $\Delta\Gamma$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $A$  εξωτερικό του  $\Delta\Gamma$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_1$  παράλληλη από το σημείο  $A$  στο ευθύγραμμο τμήμα  $\Delta\Gamma$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $B$  στην ευθεία  $\varepsilon_1$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $AB$ ,  $AD$  και  $B\Gamma$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $E$  ως μέσον του ευθύγραμμου τμήματος  $B\Gamma$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_2$  παράλληλη από το σημείο  $E$  στο ευθύγραμμο τμήμα  $AD$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $Z$  ως σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_1$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $H$  ως σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_2$  και  $\Delta\Gamma$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $ED$ .
- Κατασκευάστε την ευθεία  $\varepsilon_3$  έτσι ώστε να διέρχεται τα σημεία  $E$  και  $\Delta$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $\Theta$  ως σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_3$  και  $\varepsilon_1$ .
- Κατασκευάστε το τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$ , το τρίγωνο  $A\Theta\Delta$  και το παραλληλόγραμμο  $AZH\Delta$ .
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα εμβαδά των σχημάτων που προαναφέρθηκαν.
- Μεταβάλετε τη μορφή του τραπεζίου  $AB\Gamma\Delta$  μετακινώντας τα σημεία  $\Delta$ ,  $\Gamma$  και  $A$  στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_29

### Διερεύνηση

Με βάση τον πίνακα που κατασκευάσατε, ποια υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε;  
Τι αιτιολόγηση δίνετε;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

## Κεφάλαιο 3

### B' Τάξη – Κανονικά πολύγωνα

#### 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 25 λεπτά

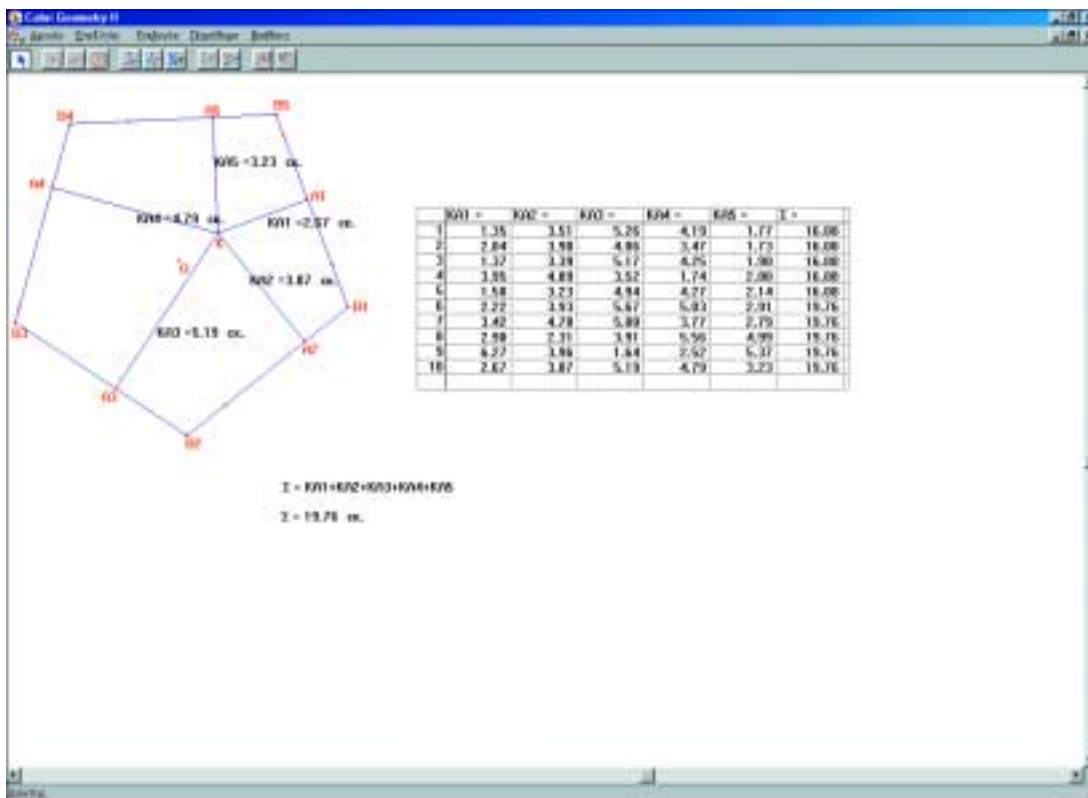
#### Δραστηριότητα

##### Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων που υπάρχουν στο άθροισμα των αποστάσεων εσωτερικού σημείου κανονικού πολυγώνου από τις πλευρές του.

##### Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα κανονικό πεντάγωνο.
- Ονομάστε τις κορυφές του κανονικού πενταγώνου  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  και το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου σε αυτό  $O$ .
- Κατασκευάστε ένα εσωτερικό σημείο του πενταγώνου  $K$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_1$ , κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $B_5B_1$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_2$ , κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $B_2B_1$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_3$ , κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $B_3B_2$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_4$ , κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $B_4B_3$ .
- Κατασκευάστε μία ευθεία  $\varepsilon_5$ , κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $B_5B_4$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $A_1$  ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_1$  με το ευθύγραμμο τμήμα  $B_5B_1$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $A_2$  ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_2$  με το ευθύγραμμο τμήμα  $B_2B_1$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $A_3$  ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_3$  με το ευθύγραμμο τμήμα  $B_3B_2$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $A_4$  ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_4$  με το ευθύγραμμο τμήμα  $B_4B_3$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $A_5$  ως σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_5$  με το ευθύγραμμο τμήμα  $B_5B_4$ .
- Αποκρύψτε τις ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  και  $\varepsilon_5$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $KA_1, KA_2, KA_3, KA_4$  και  $KA_5$  και μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε το άθροισμα  $KA_1 + KA_2 + KA_3 + KA_4 + KA_5$  και πινακοποιήστε το αυτόματα.
- Μετακινήστε το σημείο  $K$  στο εσωτερικό του κανονικού πολυγώνου και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_30

- Μεταβάλλετε την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου στο κανονικό πολύγωνο και πινακοποιήστε αυτόματα τα προαναφερθέντα μεγέθη.

### Διερεύνηση

1. Διερευνήστε τι συμβαίνει με τις αποστάσεις του σημείου  $K$  από τις πλευρές του κανονικού πολυγώνου όταν αυτό μετακινείται στο εσωτερικό του κανονικού πολυγώνου.

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

2. Διερευνήστε τι συμβαίνει με τις αποστάσεις του σημείου  $K$  από τις πλευρές του κανονικού πολυγώνου όταν μεταβάλλεται η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του κανονικού πολυγώνου.

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

### Διατύπωση γενικεύσεων

.....

.....

.....



**Β' Τάξη – Κανονικά πολύγωνα – Ομοιότητα**  
**1 Δραστηριότητα**  
**Χρόνος: 25 λεπτά**

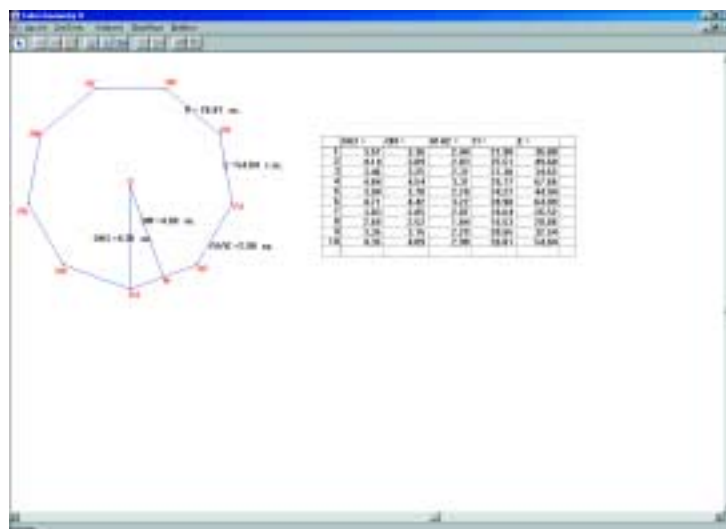
**Δραστηριότητα**

**Στόχος**

Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ περιμέτρων, ακτίνων, αποστημάτων, πλευρών και εμβαδών μεταξύ όμοιων πολυγώνων.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα κανονικό εννιάγωνο  $A_1, A_2, A_3 \dots A_9$ .
- Κατασκευάστε την πλευρά του  $A_1A_2$ .
- Κατασκευάστε το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου  $O$ .
- Κατασκευάστε την ευθεία  $\varepsilon$  κάθετη από το κέντρο του κύκλου  $O$  στην πλευρά  $A_2A_3$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $M$  ως σημείο τομής της  $\varepsilon$  με το ευθύγραμμο τμήμα  $A_2A_3$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $OM$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $OA_3$ .
- Αποκρύψτε την  $\varepsilon$ .
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα την περίμετρο του κανονικού πολυγώνου.
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα το εμβαδόν του κανονικού πολυγώνου.
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα την πλευρά  $A_1A_2$ .
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα ευθύγραμμο τμήματα  $OM$  και  $OA_3$ .
- Μεταβάλετε την ακτίνα  $OA_3$  και πινακοποιήστε τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_31



**Διερεύνηση**

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διερευνήστε τις σχέσεις ανάμεσα στα εμβαδά, στις περιμέτρους, στις πλευρές, στα αποστήματα και στις ακτίνες των περιγεγραμμένων κύκλων των όμοιων πολυγώνων που δημιουργήθηκαν.

**Απάντηση**

**Σχέσεις:**

.....  
.....

- ακτίνων

.....  
.....

- πλευρών

.....  
.....

- αποστημάτων

.....  
.....

- περιμέτρων

.....  
.....

- εμβαδών

.....  
.....

**Διατύπωση συμπερασμάτων**

.....  
.....  
.....  
.....

**B' Τάξη – Μήκος τόξου και κύκλου****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 25 λεπτά****Δραστηριότητα****Στόχος**

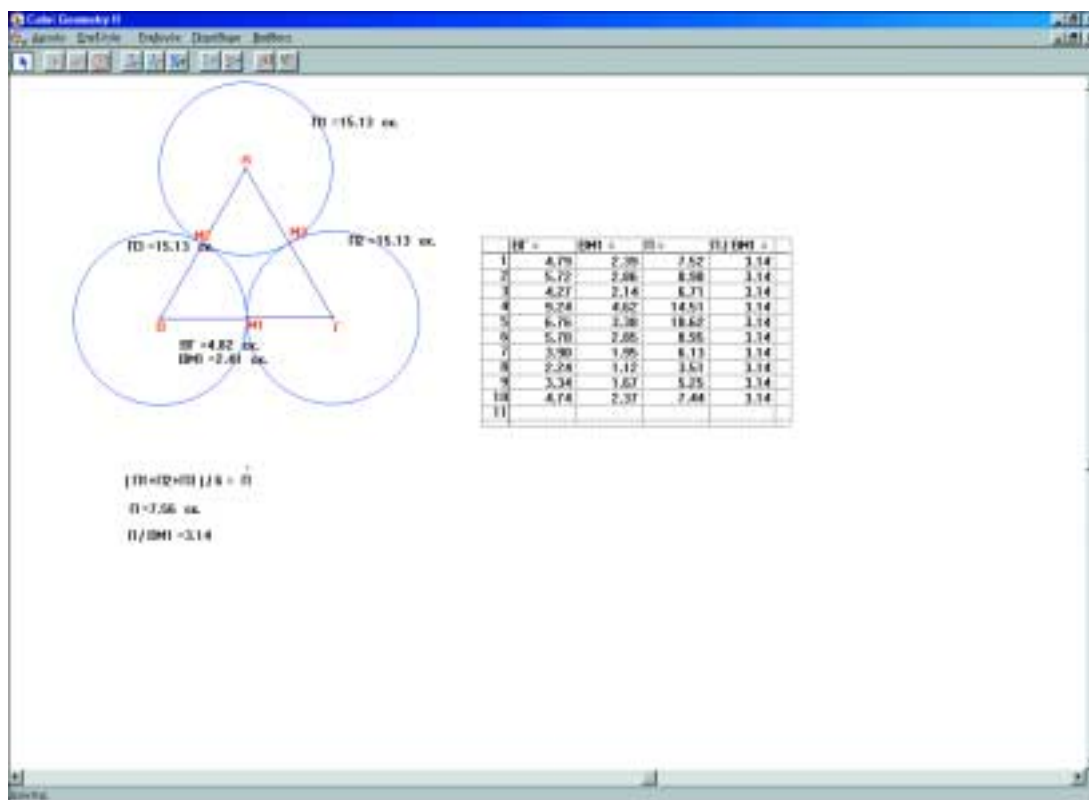
Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ της περιμέτρου ενός καμπυλόγραμμου τριγώνου, που δημιουργείται από τα εσωτερικά τόξα των κύκλων που κατασκευάζονται με κέντρα τις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου  $AB\Gamma$  και είναι εφαπτόμενοι, και της πλευράς του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $B\Gamma$ .
- Κατασκευάστε έναν κύκλο κέντρου  $B$  και ακτίνας  $B\Gamma$ .
- Κατασκευάστε έναν κύκλο κέντρου  $\Gamma$  και ακτίνας  $\Gamma B$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $A$  ως σημείο τομής των κύκλων  $(B, B\Gamma)$  και  $(\Gamma, \Gamma B)$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $AB$  και  $A\Gamma$ .
- Αποκρύψτε τους κύκλους  $(B, B\Gamma)$  και  $(\Gamma, \Gamma B)$ .
- Κατασκευάστε τα μέσα  $M_1$ ,  $M_2$  και  $M_3$  των πλευρών  $B\Gamma$ ,  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τον κύκλο με κέντρο  $B$  και ακτίνα  $BM_1$ .
- Κατασκευάστε τον κύκλο με κέντρο  $A$  και ακτίνα  $AM_2$ .
- Κατασκευάστε τον κύκλο με κέντρο  $\Gamma$  και ακτίνα  $\Gamma M_3$ .
- Κατασκευάστε το μήκος του κύκλου  $(A, AM_2) = \Pi_1$ .
- Κατασκευάστε το μήκος του κύκλου  $(\Gamma, \Gamma M_3) = \Pi_2$ .
- Κατασκευάστε το μήκος του κύκλου  $(B, BM_1) = \Pi_3$ .
- Υπολογίστε το άθροισμα  $\Pi = (\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3)/6$  και πινακοποιήστε το αυτόματα.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $BM_1$ .
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα ευθύγραμμα τμήματα  $B\Gamma$  και  $BM_1$ .
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα το λόγο  $\Pi/BM_1$ .
- Μεταβάλετε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  μετακινώντας τα σημεία  $B$  και  $\Gamma$  στην οθόνη του υπολογιστή σας και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.

**Διερεύνηση**

- A) Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, μπορείτε να διατυπώσετε μια υπόθεση για τη σχέση της περιμέτρου του καμπυλόγραμμου τριγώνου  $M_1M_2M_3$  με την πλευρά του τριγώνου  $AB\Gamma$ ;



Σχήμα Α\_32

### Διατύπωση υπόθεσης

**Β)** Κατά τη μεταβολή της πλευράς του ισόπλευρου τριγώνου στην οθόνη του υπολογιστή, υπάρχει σταθερή σχέση ανάμεσα στα μεγέθη που προαναφέρθηκαν;

### Απάντηση

**B' Τάξη – Εμβαδόν τόξου και κύκλου****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 25 λεπτά****Δραστηριότητα****Στόχος**

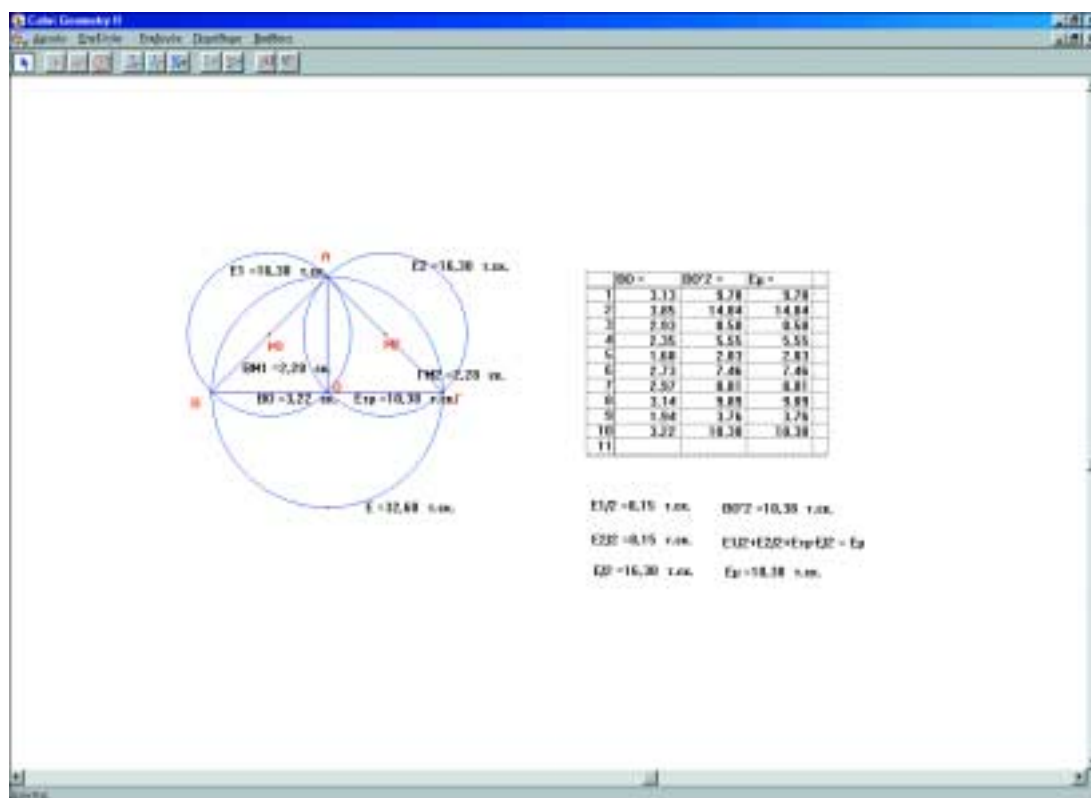
Ο προσδιορισμός σχέσεων μεταξύ εμβαδών μηνίσκων.

**Δραστηριότητα**

Κατασκευάστε ημικύκλιο διαμέτρου ΒΓ. Πάρτε στο μέσον του ημικυκλίου αυτού το σημείο Α. Στη συνέχεια, κατασκευάστε προς το μέρος αυτού του ημικυκλίου δύο ημικύκλια με διαμέτρους τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ και το σημείο Α. Προσδιορίστε τη σχέση των εμβαδών των δύο μηνίσκων που σχηματίζονται.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε έναν κύκλο κέντρου Ο.
- Κατασκευάστε ένα σημείο Γ πάνω στον κύκλο κέντρου Ο.
- Κατασκευάστε το σημείο Β ως συμμετρικό του σημείου Γ ως προς το κέντρο Ο.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ.
- Κατασκευάστε την ευθεία ε κάθετη από το σημείο Ο στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ.
- Κατασκευάστε το σημείο Α ως τομή της ευθείας ε και του κύκλου κέντρου Ο.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ.
- Αποκρύψτε την ευθεία ε.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΑΓ.
- Κατασκευάστε τα σημεία  $M_1$  και  $M_2$  ως μέσα των ευθύγραμμων τμημάτων ΑΒ και ΑΓ.
- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο  $M_1$  και ακτίνα  $M_1B$ .
- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο  $M_2$  και ακτίνα  $M_2Γ$ .
- Κατασκευάστε το τρίγωνο ΑΒΓ και μετρήστε το αυτόματα.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΒΟ, μετρήστε το και πινακοποιήστε το αυτόματα.
- Υπολογίστε αυτόματα το εμβαδόν του κύκλου κέντρου  $M_1$  και ακτίνας  $M_1B$ , και ονομάστε το  $E_1$ .
- Υπολογίστε αυτόματα το εμβαδόν του κύκλου κέντρου  $M_2$  και ακτίνας  $M_2Γ$ , και ονομάστε το  $E_2$ .
- Υπολογίστε αυτόματα το εμβαδόν του κύκλου κέντρου Ο και ακτίνας ΟΒ, και ονομάστε το Ε.
- Υπολογίστε αυτόματα τις τιμές των  $E_{1/2}$ ,  $E_{2/2}$ ,  $E/2$ ,  $BO^2$  και  $E_{1/2} + E_{2/2} + E_{\tau\theta} - E/2$ .
- Μεταβάλετε το μέγεθος του κύκλου στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_33

### Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που προκύπτει, προσδιορίστε τη σχέση μεταξύ των εμβαδών των μηνίσκων που σχηματίζονται.

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## B' Τάξη Λυκείου – Τεχνολογική κατεύθυνση

### Κεφάλαιο 3

B' Τάξη – Διανύσματα

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

#### Δραστηριότητα – Πρόβλημα

##### Στόχος:

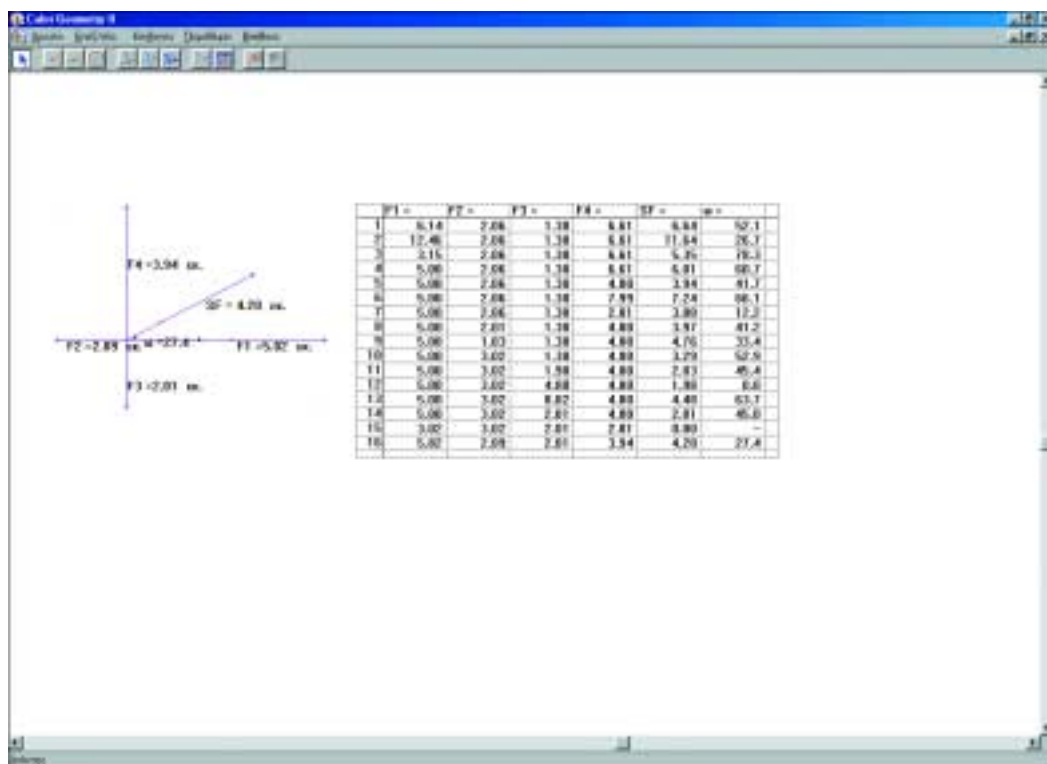
Η διερεύνηση της μεταβολής της συνισταμένης δύναμης όταν μεταβάλλονται οι συνιστώσες δυνάμεις.

##### Πρόβλημα

Σε ένα αεροπλάνο που πετά και βρίσκεται στη θέση  $O$  ενεργούν η προωθητική δύναμη  $F_1$  (με οριζόντια διεύθυνση), η αντίσταση του αέρα  $F_2$ , η ανυψωτική δύναμη  $F_4$  και το βάρος του  $F_3$ .

##### Κατασκευή

- Εμφανίστε τους καρτεσιανούς άξονες.
- Κατασκευάστε ένα διάνυσμα στον άξονα  $ox$ , που να έχει αρχή στο κέντρο  $O$  των αξόνων και να αναπαριστά τη δύναμη  $F_1$ .
- Κατασκευάστε ένα άλλο διάνυσμα στον άξονα  $ox$ , που να έχει αρχή στο κέντρο  $O$  των αξόνων, αντίθετη φορά προς το διάνυσμα  $F_1$  και να αναπαριστά τη δύναμη  $F_2$ .
- Κατασκευάστε ένα διάνυσμα στον άξονα  $oy$ , που να έχει αρχή στο κέντρο  $O$  των αξόνων, με φορά προς τα πάνω και να αναπαριστά τη δύναμη  $F_4$ .
- Κατασκευάστε ένα άλλο διάνυσμα στον άξονα  $oy$ , που να έχει αρχή στο κέντρο  $O$  των αξόνων, με αντίθετη φορά προς το διάνυσμα  $F_4$  και να αναπαριστά το βάρος  $F_3$ .
- Βρείτε το άθροισμα των διανυσμάτων  $F_1$  και  $F_3$  και ονομάστε το  $F_5$ .
- Στη συνέχεια, βρείτε το άθροισμα των  $F_2$  και  $F_4$  και ονομάστε το  $F_6$ .
- Βρείτε το άθροισμα των διανυσμάτων  $F_5$  και  $F_6$  και ονομάστε το  $SF$ . Ποια είναι η σημασία αυτού του διανύσματος;
- Μετρήστε και πινακοποιήστε τα διανύσματα  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$  και  $SF$ , όπως και τη γωνία  $\omega$  των διανυσμάτων  $F_1$  και  $SF$ .
- Αποκρύψτε τους άξονες και τα διανύσματα  $F_5$  και  $F_6$ .
- Μεταβάλετε τα διανύσματα  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$  στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_34

**Διερεύνηση**

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διατυπώστε υποθέσεις για τις σχέσεις των μεγεθών που αναπαριστώνται σε αυτόν.

**Υπόθεση 1**

.....

.....

**Υπόθεση 2**

.....

.....

**Υπόθεση 3**

.....

.....

**Υπόθεση 4**

.....

.....

**Άλλες υποθέσεις**

.....

.....

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, χρησιμοποιείτε βοηθητικά τις παρακάτω ερωτήσεις:

### Ερωτήσεις

- 1) Να βρείτε πώς μεταβάλλεται η διεύθυνση της τροχιάς του αεροπλάνου όταν μεταβάλλονται οι δυνάμεις που επιδρούν πάνω σε αυτό. Να βρείτε, επίσης, το μέγεθος και τη διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης η οποία κινεί το αεροπλάνο.

### Απάντηση

Επιπλέον, καλείστε να απαντήσετε:

- 2) Πότε το αεροπλάνο χάνει ύψος και πότε ανεβαίνει;

### Απάντηση

- 3) Πότε το αεροπλάνο κινείται προς τα δεξιά και πότε προς τα αριστερά;

### Απάντηση



- 4) Πότε η κίνηση του αεροπλάνου είναι ευθύγραμμη και ομαλή, πότε είναι επιβραδυνόμενη και πότε επιταχυνόμενη;

**Απάντηση**

.....

.....

.....

.....

.....

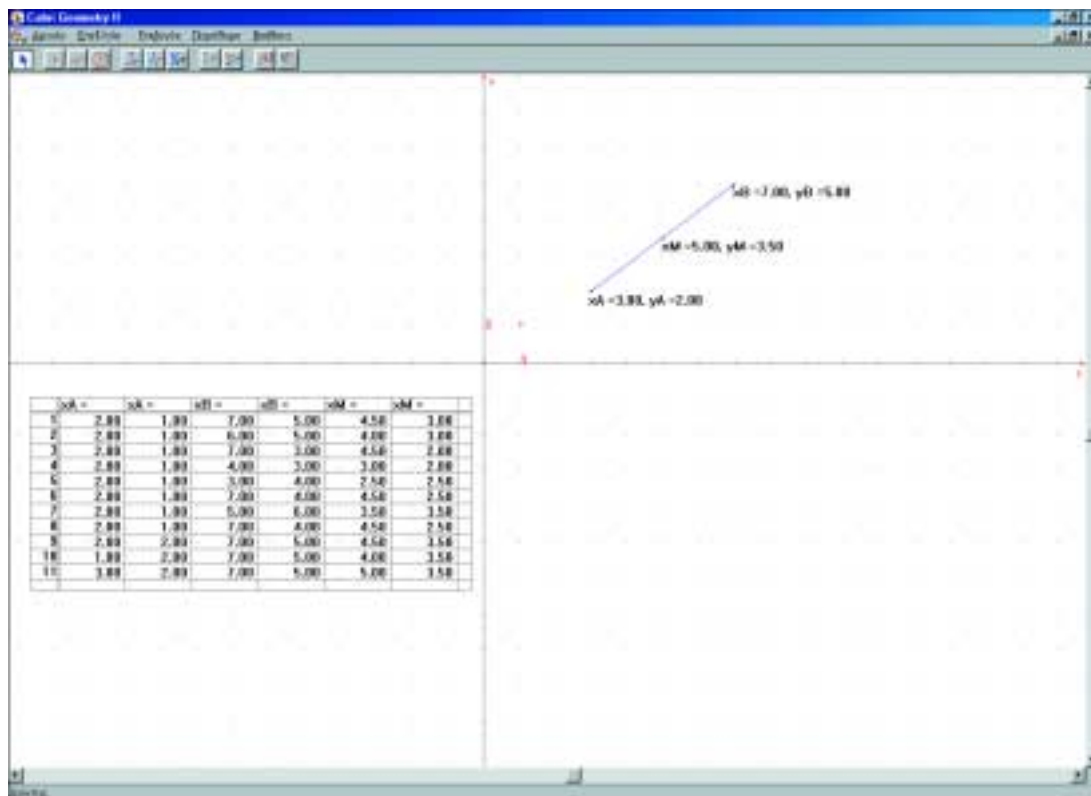
.....

**B' Τάξη – Συντεταγμένες στο επίπεδο****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 25 λεπτά****Δραστηριότητα****Στόχος**

Η διερεύνηση της σχέσης των συντεταγμένων του άκρου ενός διανύσματος με τις συντεταγμένες του μέσου του.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ορθοκανονικούς άξονες.
- Κατασκευάστε πλέγμα με βάση τους άξονες που προαναφέρθηκαν.
- Κατασκευάστε ένα διάνυσμα AB.
- Κατασκευάστε το σημείο M ως μέσον του διανύσματος AB.
- Κατασκευάστε τις συντεταγμένες των σημείων A, B και M, και πινακοποιήστε τις αυτόματα.
- Μετακινήστε τα άκρα του διανύσματος AB στην οθόνη του υπολογιστή σας και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_35

### Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διερευνήστε τη σχέση των συντεταγμένων του μέσου  $M$  του διανύσματος  $AB$  ως προς τις συντεταγμένες των άκρων του.

### Απάντηση

---

---

---

---

---

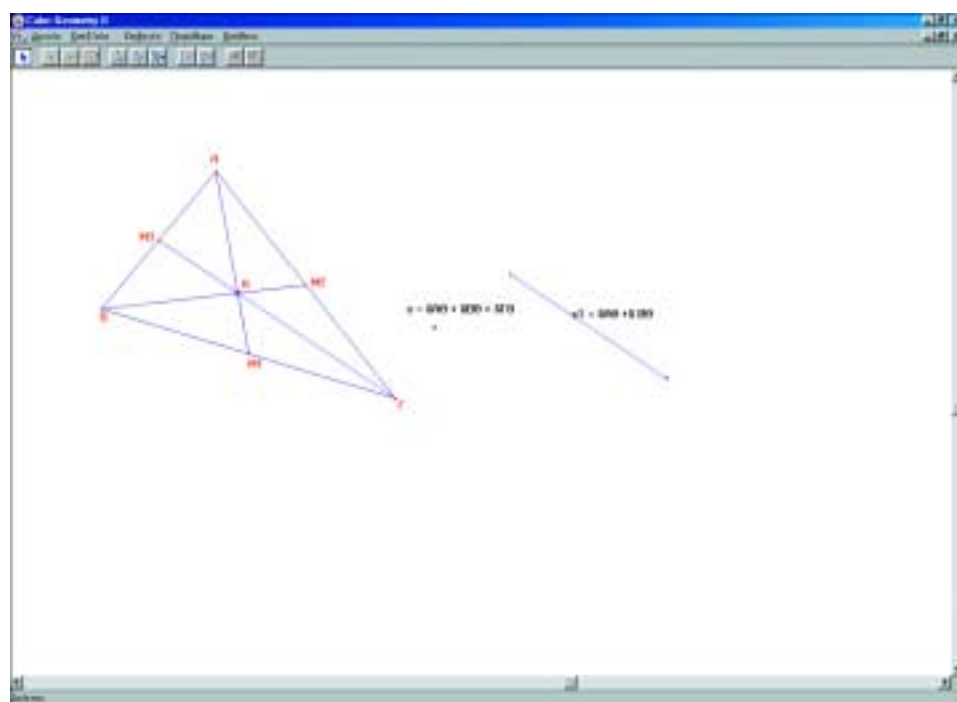
---

**B' Τάξη – Βαρύκεντρο σχημάτων****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα****Στόχος**

Ο προσδιορισμός σχέσεων μεταξύ των διανυσμάτων που έχουν ως αρχή τις κορυφές τριγώνου  $AB\Gamma$  και συντρέχουν στο βαρύκεντρό του.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$ .
- Κατασκευάστε τα μέσα  $M_1, M_2, M_3$  των πλευρών του τριγώνου  $B\Gamma, A\Gamma$  και  $AB$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $AM_1, BM_2$  και  $\Gamma M_3$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $\Theta$  ως σημείο της τομής των ευθύγραμμων τμημάτων  $AM_1, BM_2$  και  $\Gamma M_3$ .
- Κατασκευάστε τα διανύσματα  $AM_1, BM_2$  και  $\Gamma M_3$ .
- Κατασκευάστε το διάνυσμα  $s_1$  ως άθροισμα των διανυσμάτων  $AM_1$  και  $BM_2$  ως προς εξωτερικό σημείο του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
- Κατασκευάστε το διάνυσμα  $s$  ως άθροισμα των διανυσμάτων  $s_1$  και  $\Gamma M_3$  ως προς εξωτερικό σημείο του τριγώνου  $AB\Gamma$ .



Σχήμα Α\_36

### Διερεύνηση

Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$  στην οθόνη του υπολογιστή και διερευνήστε τι συμβαίνει με το άθροισμα  $s$  των διανυσμάτων  $AM_1$ ,  $BM_2$  και  $GM_3$ . Διατυπώστε σχετική υπόθεση.

### Διατύπωση υπόθεσης

---

---

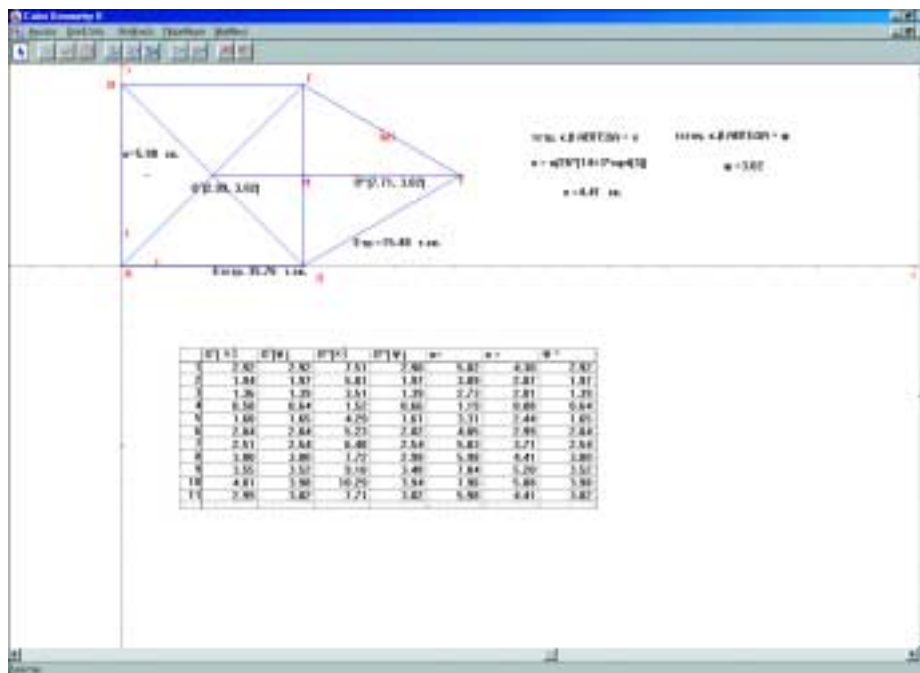
**B' Τάξη – Βαρύκεντρο σύνθετων σχημάτων****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα****Στόχος**

Η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των συντεταγμένων των κέντρων βάρους των σχημάτων που συνθέτουν ένα σχήμα και του κέντρου βάρους του σύνθετου σχήματος που παράγεται: η περίπτωση της σύνθεσης ενός τετραγώνου και του ισόπλευρου τριγώνου το οποίο έχει πλευρά ίση με την πλευρά του τετραγώνου και εφάπτεται σε αυτήν.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΑΔ$ .
- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $A$  και ακτίνα  $ΑΔ$ .
- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $Δ$  και ακτίνα  $ΔΑ$ .
- Κατασκευάστε την ευθεία  $ε_1$  κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $ΑΔ$  από το σημείο  $A$ .
- Κατασκευάστε την ευθεία  $ε_2$  κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $ΑΔ$  από το σημείο  $Δ$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $B$  ως τομή του κύκλου κέντρου  $A$  και ακτίνας  $ΑΔ$  με ευθεία  $ε_1$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $Γ$  ως τομή του κύκλου κέντρου  $Δ$  και ακτίνας  $ΔΑ$  με ευθεία  $ε_2$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $ΑΒ$ ,  $ΒΓ$  και  $ΓΔ$ .
- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $Γ$  και ακτίνα  $ΓΔ$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $E$  ως τομή του κύκλου κέντρου  $Δ$  και ακτίνας  $ΔΑ$  με τον κύκλο κέντρου  $Γ$  και ακτίνας  $ΓΔ$ .
- Αποκρύψτε τους κύκλους κέντρου  $A$  και ακτίνας  $ΑΔ$ , κέντρου  $Δ$  και ακτίνας  $ΔΑ$  και κέντρου  $Γ$  και ακτίνας  $ΓΔ$ .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $ΓΕ$ ,  $ΔΕ$ ,  $ΒΔ$  και  $ΓΑ$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $O'$  ως τομή των ευθύγραμμων τμημάτων  $ΒΔ$  και  $ΓΑ$  και βαρύκεντρο του τετραγώνου  $ΑΒΓΔ$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $M$  ως μέσον του ευθύγραμμου τμήματος  $ΓΔ$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $ΕΜ$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $M_1$  ως μέσον του ευθύγραμμου τμήματος  $ΓΕ$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $ΔM_1$ .
- Κατασκευάστε το σημείο  $O''$  ως τομή των ευθύγραμμων τμημάτων  $ΕΔ$  και  $ΔM_1$  και βαρύκεντρο του τριγώνου  $ΓΔΕ$ .
- Αποκρύψτε το ευθύγραμμο τμήμα  $ΔM_1$ .

- Κατασκευάστε τις συντεταγμένες των σημείων  $O'$  και  $O''$ .
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα την πλευρά του τετραγώνου  $BA$ .
- Πινακοποιήστε αυτόματα την τεταγμένη του σημείου  $O'$  ως τεταγμένη του κέντρου βάρους του σύνθετου σχήματος όταν η πλευρά του τετραγώνου που το παράγει μεταβάλλεται μόνον ως προς τον άξονα  $x'x$ .
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα την παράσταση  $X = (\alpha/26) * (14 + 3 * \sqrt{3})$  ως τετμημένη του κέντρου βάρους του σύνθετου σχήματος, σε συνάρτηση με την πλευρά  $a$  του τετραγώνου που το παράγει.
- Μεταβάλετε την πλευρά  $AD$  του τετραγώνου και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_37

### Διερεύνηση

Διερευνήστε τη σχέση μεταξύ των συντεταγμένων των κέντρων βάρους των σχημάτων που συνθέτουν ένα σχήμα, της πλευράς  $a$  του τετραγώνου που το παράγει και του κέντρου βάρους του σύνθετου σχήματος που παράγεται με τη διαδικασία που προαναφέρθηκε.

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Κεφάλαιο 4

### B' Τάξη – Παραβολή

#### 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 20 λεπτά

#### Δραστηριότητα

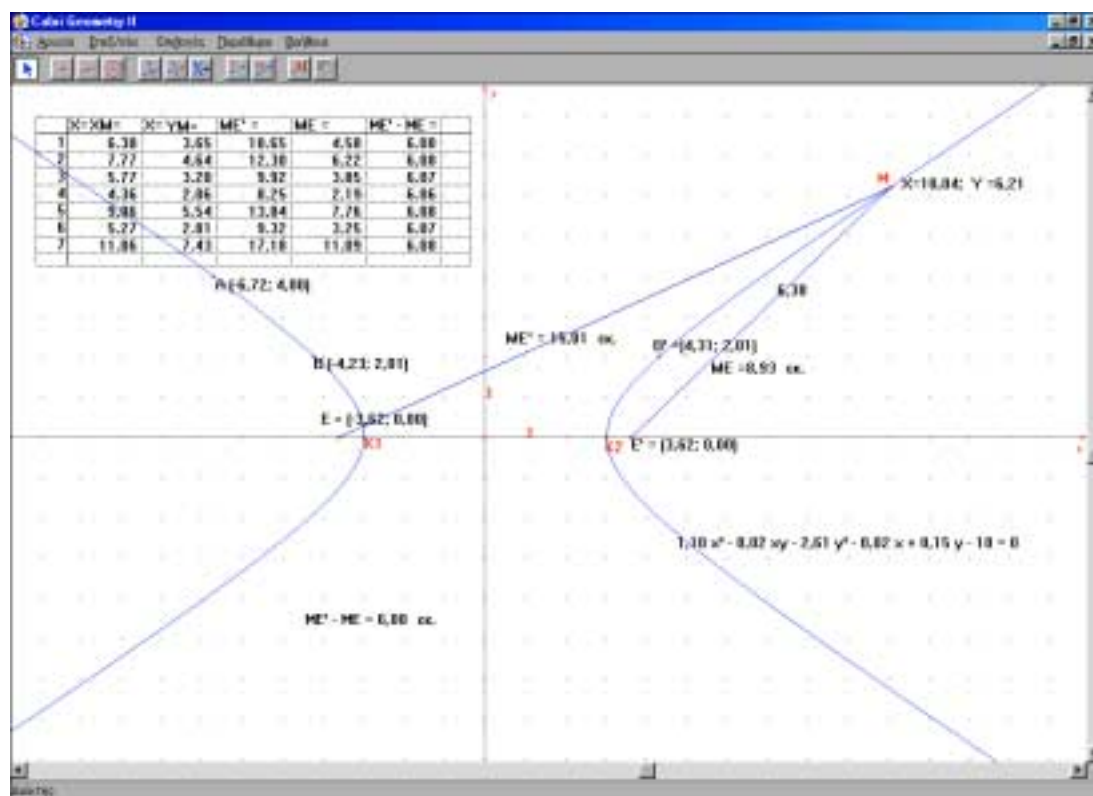
##### Στόχος

Η διερεύνηση της σχέσης που συνδέει το άθροισμα των αποστάσεων τυχαίου σημείου M το οποίο διαγράφει παραβολική τροχιά από την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής.

##### Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.
- Κατασκευάστε ένα πλέγμα με βάση τη μονάδα των αξόνων που κατασκευάστηκαν.
- Κατασκευάστε την κωνική τομή (παραβολή) που διέρχεται τα σημεία A (-2, 4), B (-1, 1), A' (2, 4) και B' (1, 1).
- Κατασκευάστε την εστία της παραβολής E (0, -1/4).
- Κατασκευάστε το σημείο E' (0, 1/4).
- Κατασκευάστε την ευθεία δ παράλληλη στον άξονα x'x από το σημείο E' ως διευθετούσα της παραβολής.
- Κατασκευάστε την εξίσωση της παραβολής.
- Κατασκευάστε το M, τυχαίο σημείο πάνω στην παραβολή.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ME, μετρήστε το και πινακοποιήστε το αυτόματα.
- Κατασκευάστε μία ευθεία ε κάθετη από το σημείο M στην ευθεία δ.
- Κατασκευάστε το σημείο K ως σημείο τομής της ευθείας δ με την ευθεία ε.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα MK, μετρήστε το και πινακοποιήστε το αυτόματα.
- Αποκρύψτε την ευθεία ε.
- Μετακινήστε το σημείο M πάνω στην παραβολή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.





Σχήμα Α\_38

### Διερεύνηση

Με βάση τα στοιχεία του πίνακα που κατασκευάσατε, τι είδους υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

**B' Τάξη – Έλλειψη**  
**1 Δραστηριότητα**  
**Χρόνος: 25 λεπτά**

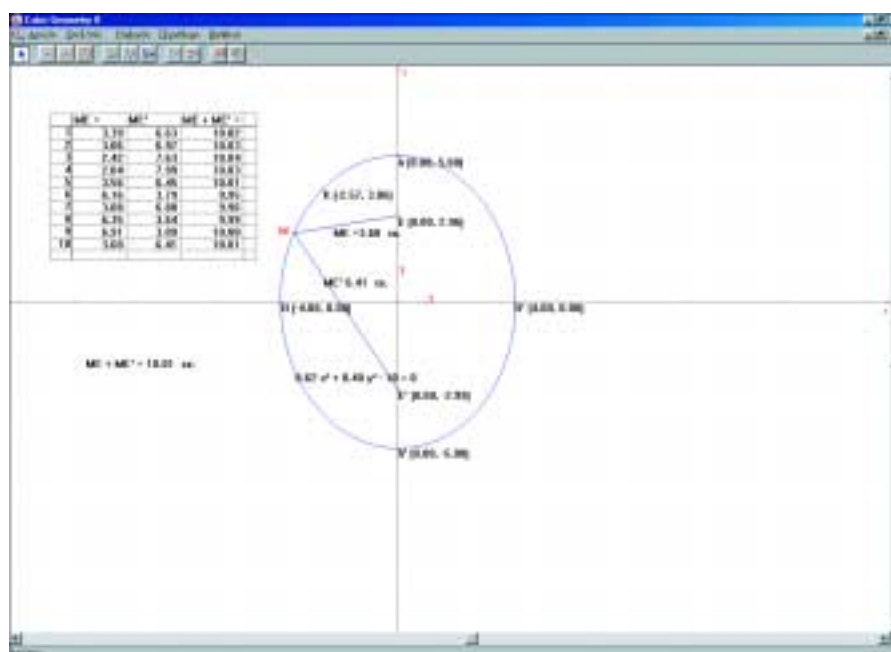
**Δραστηριότητα**

**Στόχος**

Η διερεύνηση της σχέσης που συνδέει το άθροισμα των αποστάσεων τυχαίου σημείου M το οποίο διαγράφει ελλειπτική τροχιά από τις εστίες της έλλειψης.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε τους ορθοκανονικούς άξονες.
- Κατασκευάστε ένα πλέγμα με βάση τη μονάδα των αξόνων.
- Κατασκευάστε μία έλλειψη που να διέρχεται τα σημεία A (0, 5), A' (0, -5), B' (0, -4), B' (0, 4) και K (-2,5, 4).
- Κατασκευάστε τις εστίες E (0,3) και E' (0, -3).
- Κατασκευάστε την εξίσωση της έλλειψης.
- Κατασκευάστε ένα σημείο M πάνω στην έλλειψη.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ME και ME', τα οποία μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα το άθροισμα ME+ME'.
- Μετακινήστε το σημείο M πάνω στην έλλειψη και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_39

### Διερεύνηση

Με βάση τα στοιχεία του πίνακα που κατασκευάσατε, τι είδους υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε;

### Διατύπωση υπόθεσης

---

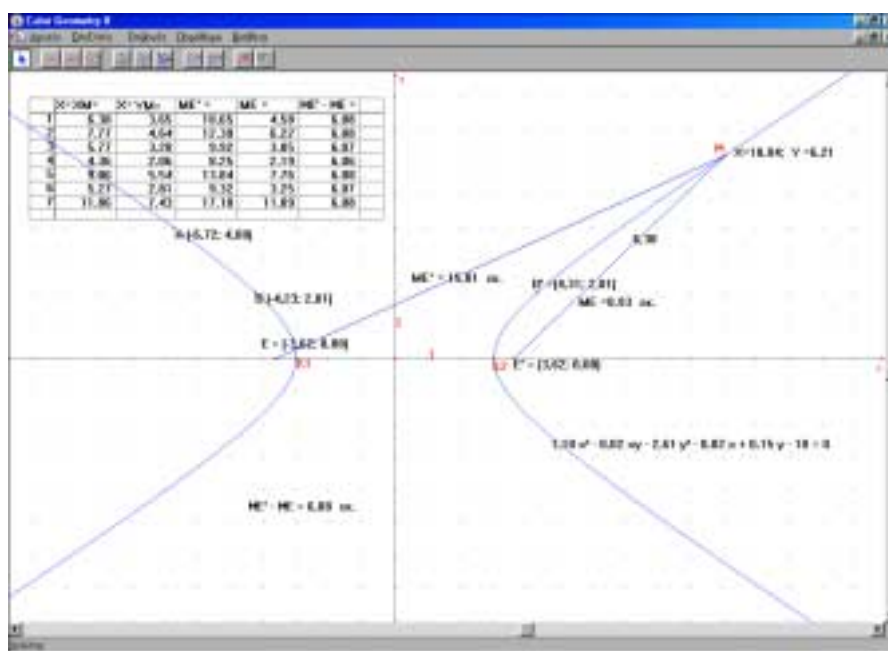
---

**B' Τάξη – Υπερβολή****1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 20 λεπτά****Δραστηριότητα****Στόχος**

Η διερεύνηση της σχέσης που συνδέει τη διαφορά των αποστάσεων τυχαίου σημείου M το οποίο διαγράφει υπερβολική τροχιά από τις εστίες της υπερβολής.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε τους ορθοκανονικούς άξονες.
- Κατασκευάστε ένα πλέγμα με βάση τη μονάδα των αξόνων.
- Κατασκευάστε υπερβολή που να διέρχεται τα σημεία A (-6.72, 4), B (-4.23, 2), B' (4.31, 2), K1 (-3, 0) και K2 (3, 0).
- Κατασκευάστε τις εστίες E (-3.62, 0) και E' (3.62, 0).
- Κατασκευάστε την εξίσωση της υπερβολής.
- Κατασκευάστε ένα σημείο M πάνω στην υπερβολή.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ME και ME', μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τη διαφορά ME'-ME.
- Μετακινήστε το σημείο M πάνω στην υπερβολή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Α\_40

### Διερεύνηση

Με βάση τα στοιχεία του πίνακα που κατασκευάσατε, τι είδους υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

## Παράρτημα

<b>ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΑΞΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ</b> <b>ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΗ ΟΡΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ</b>	
Σύνταξη – Αγγλικός Όρος	Συνάρτηση – Ελληνικός Όρος
ARCCOS(τιμή), arccos(), acos(), ArcCos()	Τόξο συνημιτόνου
ARGCH(τιμή), argch(), ArgCh()	Τόξο υπερβολικού συνημιτόνου
ARCSIN(τιμή), arcsin(), asin(), ArcSin()	Τόξο ημιτόνου
ARGSH(τιμή), argsh(), ArgSh()	Τόξο υπερβολικού ημιτόνου
ARCTAN(τιμή), arctan(), atan(), ArcTan()	Τόξο εφαπτομένης
ARGTH(τιμή), argth(), ArgTh()	Τόξο υπερβολικής εφαπτομένης
ROUND(τιμή), round(), Round()	Στρογγυλοποίηση (στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό)
SQR(τιμή), sqr(), Sqr(), Sq()	Στο τετράγωνο
COS(τιμή), cos(), Cos()	Συνημίτονο
COSH(τιμή), cosh(), CosH(), ch()	Υπερβολικό συνημίτονο
EXP(τιμή), exp(), Exp()	Εκθέτης ex
Log10(τιμή), Log10(), lg()	Δεκαδικός λογάριθμος
LN(τιμή), ln(), Ln()	Νεπέριος λογάριθμος
MAX(τιμή 1, τιμή 2), max(n1, n2), Max (n1, n2)	Μέγιστη τιμή ενός συνόλου τιμών (n1, n2)
MIN (τιμή 1, τιμή 2), min (n1, n2), Min (n1, n2)	Ελάχιστη τιμή ενός συνόλου τιμών (n1, n2)
Π, Π, PI, pi, Pi	Τιμή του π
CEIL(τιμή), ceil(), Ceil()	Στρογγυλοποίηση προς τα πάνω (στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό)
FLOOR(τιμή), floor(), Floor()	Στρογγυλοποίηση προς τα κάτω (στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό)
10^(τιμή)	Δυνάμεις του 10
SQRT(τιμή), sqrt(), Sqrt(), SqRt(), _	Τετραγωνική ρίζα
SIN(τιμή), sin (), Sin()	Συνημίτονο
SINH(τιμή), sinh(), SinH(), sh()	Υπερβολικό συνημίτονο
TAN(τιμή), tan(), Tan()	Εφαπτομένη
TANH(τιμή), tanh(), TanH(), th()	Υπερβολική εφαπτομένη
ABS(τιμή), abs(), Abs()	Απόλυτη τιμή
Random(), random(), Rand(), rand()	Τυχαίος αριθμός από 0 έως 1
INV	Ορίζει την αντίστροφη συνάρτηση για sin, cos, tan, pi, in, log



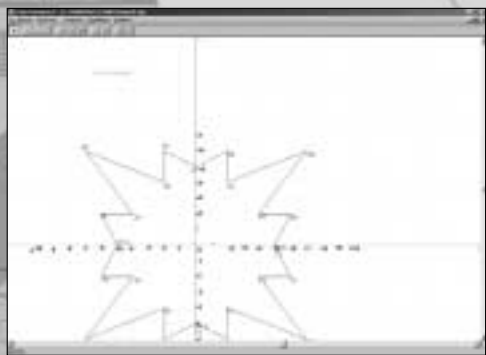
# Cabri - geometry II

## Το Cabri – geometry II

- είναι ένα δυναμικό περιβάλλον εκπαιδευτικού λογισμικού που υποστηρίζει την ανάπτυξη μιας διερευνητικής προσέγγισης στη διδασκαλία και στη μάθηση της γεωμετρίας.
- διαθέτει στοιχεία υψηλής αλληλεπίδρασης.
- αποτελεί ένα ανοικτό περιβάλλον μάθησης το οποίο διαθέτει εργαλεία στο μαθητή προκειμένου να μπορεί να επιλύει προβλήματα.
- υποστηρίζει τη διεπιστημονική προσέγγιση στη μάθηση της γεωμετρίας.

## Με το Cabri – geometry II μπορείτε

- να δημιουργήσετε και να αποθηκεύσετε στον υπολογιστή σας μακροκατασκευές για σημαντικές ή συχνά επαναλαμβανόμενες γεωμετρικές κατασκευές.
- να καταρτίσετε λίστα περιεχομένων, η οποία θα περιλαμβάνει τα θέματα στα οποία επιθυμείτε να επικεντρώσετε το ενδιαφέρον σας.
- να διερευνήσετε τις γεωμετρικές ιδιότητες για υποθέσεις ασκήσεων που βασίζονται στα πέντε ευκλείδια αξιώματα.
- να προσδιορίσετε γραφικά γεωμετρικούς τόπους.
- να αναδείξετε τα δυναμικά χαρακτηριστικά των σχημάτων με υλικό animation.
- να εκτυπώσετε επιφάνεια σχεδίου 8 1/2\*11.



Το λογισμικό **Cabri geometry II** εξελληνίστηκε και διανέμεται αρχικά για χρήση στα Γυμνάσια, Λύκεια και ΤΕΕ που συμμετέχουν στην **Οδύσσεια** – «Ελληνικά Σχολεία στην Κοινωνία της Πληροφορίας», το εθνικό πρόγραμμα που αφορά στην παιδαγωγική ένταξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και Επικοινωνίας (ΤΠΕ) σε όλο το εύρος του εκπαιδευτικού συστήματος, και είναι αποτέλεσμα μακροχρόνιου σχεδιασμού και υλοποίησης (1996-2001). Το 2001 στα 385 σχολεία της **Οδύσσειας** καθηγητές όλων των ειδικοτήτων αξιοποιούν υπολογιστές και δίκτυα στην κύρια καθημερινή σχολική δραστηριότητά τους. Στο **Σχολικό Εργαστήριο της Κοινωνίας της Πληροφορίας** υποστηρίζεται η διδασκαλία όλων των μαθημάτων με διάφορες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Στο Γ' ΚΠΣ προβλέπεται η χρηματοδότηση νέων δράσεων που στοχεύουν στην αξιοποίηση των ΤΠΕ στο σύνολο των Ελληνικών σχολείων.



Ελληνικά  
Σχολεία  
στην  
Κοινωνία  
της  
Πληροφορίας

## Η Οδύσσεια περιλαμβάνει:

– μεταπτυχιακή εκπαίδευση 95 επιμορφωτών (καθηγητές όλων των ειδικοτήτων) σε εξειδικευμένα ετήσια πανεπιστημιακά προγράμματα, οι οποίοι αναλαμβάνουν τη

– διαρκή **ενδοσχολική επιμόρφωση** των 5.500 εκπαιδευτικών που υπηρετούν στα σχολεία της **Οδύσσειας** -και όχι μόνο- ώστε να μπορούν να αξιοποιήσουν το

– διερευνητικό, διαθεματικό **εκπαιδευτικό λογισμικό** (48 πακέτα αναπτύχθηκαν εξ αρχής και 14 διεθνώς καταξιωμένα προϊόντα προσαρμόστηκαν) για όλες τις τάξεις Γυμνασίου και Λυκείου και τις διάφορες ειδικότητες καθηγητών. Το εκπαιδευτικό λογισμικό αξιοποιείται στα

– 385 σχολεία με **σχολικά εργαστήρια** (με τοπική και εξ αποστάσεως τεχνική υποστήριξη), δικτυωμένα στο **Πανελλήνιο Σχολικό Δίκτυο**.

Ο εξελληνισμός και η προσαρμογή του εκπαιδευτικού λογισμικού **Cabri geometry II** στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της **Κίρκης**, έργο της Δράσης II: «Εκπαιδευτικό λογισμικό» της **Οδύσσειας**. Η δημόσια χρηματοδότηση της προσαρμογής εξασφαλίζει ότι η τιμή πώλησης του παρόντος λογισμικού στην Ελληνική αγορά δεν υπερβαίνει την αντίστοιχη στη διεθνή αγορά.

Η **Οδύσσεια** χρηματοδοτείται από το Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης (ΕΠΕΑΕΚ, Β' και Γ' ΚΠΣ) και το Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Κοινωνίας της Πληροφορίας του Γ' ΚΠΣ, του Υπουργείου Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων (Επιβλεψη: Διευθύνσεις Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και Κοινωνικού Παισίου Στήριξης του ΥΠΕΠΘ. Πιστοποίηση: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο). Ο σχεδιασμός, η επιστημονική τεχνική στήριξη, ο συντονισμός και η διοικητική και οικονομική διαχείριση γίνονται από το Ερευνητικό Ακαδημαϊκό Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών (Ε.Α. ΠΥ).

Στην υλοποίηση της **Οδύσσειας** συμμετέχουν πάνω από 1000 επιστήμονες, παιδαγωγοί, μηχανικοί και διοικητικοί υπάλληλοι, που εργάζονται σε 57 πανεπιστημιακά τμήματα, 53 εταιρίες και 18 μουσεία, ιδρύματα και ερευνητικά κέντρα.

## ΦΟΡΕΙΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



## ΑΝΑΘΟΧΟΙ ΦΟΡΕΙΣ



## Κέντρο Πληροφόρησης Οδύσσειας:

Infodesk.Odyseia@cti.gr – <http://Odyseia.cti.gr/irkil/>